

Übungen zur Mechanik – Lösungen Serie 8

1. Der Medizinball im Unterricht

- (a) Beim Abwurf wird der Ball durch die Hand beschleunigt, d.h., sie verrichtet Beschleunigungsarbeit an ihm, führt ihm also kinetische Energie zu. Diese kinetische Energie wird beim Aufstieg nach und nach in potentielle Energie umgewandelt. Der Ball wird langsamer, gewinnt dafür aber an Höhe. Der Ball "verwendet" seine kinetische Energie dazu, Hubarbeit an sich selbst zu verrichten.

Fällt der Ball wieder, so findet die Umwandlung in die umgekehrte Richtung statt. Die potentielle Energie geht wieder in kinetische Energie über.

Da der Ball bei diesen eher kleinen Geschwindigkeiten nur einen geringen Luftwiderstand erfährt, sind seine Energieverluste klein. Vernachlässigbar wenig kinetische Energie wird in innere Energie übergeführt. Und somit dürfen wir bei den folgenden Berechnungen von der Erhaltung der Energie ausgehen.

- (b) Wir setzen die Gesamtenergien unmittelbar nach dem Abwurf (Zustand 1) und am höchsten Punkt (Zustand 2) gleich. Mit dem Nullniveau auf der Höhe des Bodens folgt:

$$\begin{aligned}
 E_{\text{total},1} &= E_{\text{total},2} && | \text{Energien erkennen} \\
 \Rightarrow E_{\text{pot},1} + E_{\text{kin},1} &= E_{\text{pot},2} && | \text{Formeln einsetzen} \\
 \Rightarrow m \cdot g \cdot h_1 + \frac{m \cdot v_1^2}{2} &= m \cdot g \cdot h_2 && | \cdot \frac{2}{m} \\
 \Leftrightarrow 2 \cdot g \cdot h_1 + v_1^2 &= 2 \cdot g \cdot h_2 && | - 2 \cdot g \cdot h_1 \\
 \Leftrightarrow v_1^2 &= 2 \cdot g \cdot (h_2 - h_1) && | \sqrt{\dots} \\
 \Rightarrow v_1 &= \sqrt{2 \cdot g \cdot (h_2 - h_1)} && | \text{Werte einsetzen} \\
 &= \sqrt{2 \cdot 9.81 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \cdot (2.38 \text{ m} - 1.45 \text{ m})} = 4.272 \frac{\text{m}}{\text{s}} = \underline{\underline{4.27 \frac{\text{m}}{\text{s}}}}
 \end{aligned}$$

Man kann bei dieser Rechnung übrigens ein wenig geschickter vorgehen, indem man das Nullniveau auf Abwurfhöhe setzt. Dadurch entfällt der Term für die potentielle Energie in Zustand 1 ($h_1 = 0$). Die Höhe des toten Punktes muss dann aber von Anfang an auf $h_2 = 2.38 \text{ m} - 1.45 \text{ m} = 0.93 \text{ m}$ gesetzt werden. Für die Energieerhaltungsrechnung folgt so:

$$\begin{aligned}
 E_{\text{total},1} &= E_{\text{total},2} && | \text{Energien erkennen} \\
 \Rightarrow E_{\text{kin},1} &= E_{\text{pot},2} && | \text{Formeln einsetzen} \\
 \Rightarrow \frac{m \cdot v_1^2}{2} &= m \cdot g \cdot h_2 && | \cdot \frac{2}{m} \\
 \Leftrightarrow v_1^2 &= 2 \cdot g \cdot h_2 && | \sqrt{\dots} \\
 \Rightarrow v_1 &= \sqrt{2 \cdot g \cdot h_2} && | \text{Werte einsetzen} \\
 &= \sqrt{2 \cdot 9.81 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \cdot 0.93 \text{ m}} = 4.272 \frac{\text{m}}{\text{s}} = \underline{\underline{4.27 \frac{\text{m}}{\text{s}}}}
 \end{aligned}$$

Halten wir fest: Die Abschussgeschwindigkeit, die in Zustand 1 vorhanden sein muss um den toten Punkt (Zustand 2) zu erreichen, hängt nur vom Höhenunterschied $\Delta h = h_2 - h_1$ zwischen Abschusshöhe und totem Punkt ab. Die absoluten Höhenwerte h_1 und h_2 sind irrelevant. Darin widerspiegelt sich unsere Wahlfreiheit für das Nullniveau von E_{pot} !

- (c) Zustand 3 ist der Moment, in welchem der Ball eine Höhe von 2.00 m über dem Boden durchquert. Wie wir unter (a) bemerken konnten, ist es für das Rechnen geschickt die tiefste in einem Problem vorkommende Höhenlage als Nullniveau der potentiellen festzulegen. Hier legen wir also das Nullniveau auf 2.00 m über Boden und setzen diesen Zustand 3 mit dem toten Punkt (Zustand 2) in Beziehung. Dessen Höhe beträgt neu $h_2 = 0.38 \text{ m}$ und es folgt:

$$\begin{aligned}
 E_{\text{total},3} &= E_{\text{total},2} && | \text{Energien erkennen} \\
 \Rightarrow E_{\text{kin},3} &= E_{\text{pot},2} && | \text{Formeln einsetzen} \\
 \Rightarrow \frac{m \cdot v_3^2}{2} &= m \cdot g \cdot h_2 && | \cdot \frac{2}{m} \\
 \Leftrightarrow v_3^2 &= 2 \cdot g \cdot h_2 && | \sqrt{\dots} \\
 \Rightarrow v_3 &= \sqrt{2 \cdot g \cdot h_2} && | \text{Werte einsetzen} \\
 &= \sqrt{2 \cdot 9.81 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \cdot 0.38 \text{ m}} = 2.730 \frac{\text{m}}{\text{s}} = \underline{\underline{2.73 \frac{\text{m}}{\text{s}}}}
 \end{aligned}$$

- (d) Rekapitulation (siehe auch unter (a)): Wäre der Luftwiderstand nicht vernachlässigbar klein, so wäre die Energie des Balls nicht erhalten. Zwischen Ball und Luft würde Reibung stattfinden. Der Ball würde einen Teil seiner kinetischen Energie an die Luft abgeben. Wir sagen: Der Ball könnte nicht mehr als **abgeschlossenes System** betrachtet werden.

2. Ein Fadenpendel

- (a) Wenn wir mit dem Energieformalismus rechnen, sollte das Nullniveau sinnvollerweise auf der tiefsten vorkommenden Lage der Kugel, also im untersten Punkt der Pendelschwingung gewählt werden. Die Startsituation sei Zustand 1, der Moment des Durchgangs durch den untersten Punkt Zustand 2. Wir setzen die Energien der beiden Zustände gleich:

$$\begin{aligned}
 E_{\text{total},2} &= E_{\text{total},1} && | \text{Energien erkennen} \\
 \Rightarrow E_{\text{kin},2} &= E_{\text{pot},1} + E_{\text{kin},1} && | \text{Formeln einsetzen} \\
 \Rightarrow \frac{m \cdot v_2^2}{2} &= m \cdot g \cdot h_1 + \frac{m \cdot v_1^2}{2} && | \cdot \frac{2}{m} \\
 \Leftrightarrow v_2^2 &= 2 \cdot g \cdot h_1 + v_1^2 && | \sqrt{\dots} \\
 \Rightarrow v_2 &= \sqrt{2 \cdot g \cdot h_1 + v_1^2} && | \text{Werte einsetzen} \\
 &= \sqrt{2 \cdot 9.81 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \cdot 0.400 \text{ m} + \left(1.00 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2} = 2.9745 \frac{\text{m}}{\text{s}} = \underline{\underline{2.97 \frac{\text{m}}{\text{s}}}}
 \end{aligned}$$

- (b) Den Moment größter Höhe bezeichnen wir als Zustand 3. Setzen wir via Energiehaltung die Zustände 2 (h minimal, v maximal) und 3 (h maximal, $v = 0$) miteinander in Beziehung:

$$\begin{aligned}
 E_{\text{total},3} &= E_{\text{total},2} && | \text{Energien erkennen} \\
 \Rightarrow E_{\text{pot},3} &= E_{\text{kin},2} && | \text{Formeln einsetzen} \\
 \Rightarrow m \cdot g \cdot h_3 &= \frac{m \cdot v_2^2}{2} && | : (m \cdot g) \\
 \Leftrightarrow h_3 &= \frac{v_2^2}{2 \cdot g} && | \text{Werte einsetzen} \\
 &= \frac{\left(2.9745 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2 \cdot 9.81 \frac{\text{N}}{\text{kg}}} = 0.45095 \text{ m} = \underline{\underline{45.1 \text{ cm}}}
 \end{aligned}$$

3. Abschuss auf einem Turm

- (a) Der Höhenunterschied zwischen dem Abwurf von der Plattform (Zustand 1) und dem toten Punkt (Zustand 2) beträgt 17 m. Mit dem Nullniveau auf Abwurfhöhe folgt daraus:

$$\begin{aligned}
 E_{\text{total},1} &= E_{\text{total},2} && | \text{Energien erkennen} \\
 \Rightarrow E_{\text{kin},1} &= E_{\text{pot},2} && | \text{Formeln einsetzen} \\
 \Rightarrow \frac{m \cdot v_1^2}{2} &= m \cdot g \cdot h_2 && | \cdot \frac{2}{m} \\
 \Leftrightarrow v_1^2 &= 2 \cdot g \cdot h_2 && | \sqrt{\dots} \\
 \Rightarrow v_1 &= \sqrt{2 \cdot g \cdot h_2} && | \text{Werte einsetzen} \\
 &= \sqrt{2 \cdot 9.81 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \cdot 17 \text{ m}} = 18.26 \frac{\text{m}}{\text{s}} = \underline{\underline{18 \frac{\text{m}}{\text{s}}}}
 \end{aligned}$$

- (b) Nach dem Resultat von (a) ist klar, dass die gesuchte Höhenlage (Zustand 3 mit Geschwindigkeit $v_3 = 12 \frac{\text{m}}{\text{s}}$) oberhalb der Aussichtsplattform liegt. Für das formale Rechnen ist es hier günstig, diese gesuchte Höhenlage als neues Nullniveau anzusetzen. Dann liegt der tote Punkt auf der Höhe h_2 und es folgt:

$$\begin{aligned}
 E_{\text{total},2} &= E_{\text{total},3} && | \text{Energien erkennen} \\
 \Rightarrow E_{\text{pot},2} &= E_{\text{kin},3} && | \text{Formeln einsetzen} \\
 \Rightarrow m \cdot g \cdot h_2 &= \frac{m \cdot v_3^2}{2} && | : (m \cdot g) \\
 \Leftrightarrow h_2 &= \frac{v_3^2}{2 \cdot g} && | \text{Werte einsetzen} \\
 &= \frac{\left(12 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2 \cdot 9.81 \frac{\text{N}}{\text{kg}}} = 7.34 \text{ m}
 \end{aligned}$$

Die gesuchte Höhe liegt somit 7.34 m unterhalb des toten Punktes und damit $51 \text{ m} - 7.34 \text{ m} = \underline{\underline{44 \text{ m}}}$ über Boden.

Natürlich können wir stattdessen auch mit dem bisherigen Nullniveau auf Höhe der Aussichtsplattform rechnen können:

$$\begin{aligned}
 E_{\text{total},3} &= E_{\text{total},1} && | \text{Energien erkennen} \\
 \Rightarrow E_{\text{pot},3} + E_{\text{kin},3} &= E_{\text{kin},1} && | \text{Formeln einsetzen} \\
 \Rightarrow m \cdot g \cdot h_3 + \frac{m \cdot v_3^2}{2} &= \frac{m \cdot v_1^2}{2} && | : (m \cdot g) \\
 \Leftrightarrow h_3 + \frac{v_3^2}{2 \cdot g} &= \frac{v_1^2}{2} && | - \frac{v_3^2}{2 \cdot g} \\
 \Leftrightarrow h_3 &= \frac{v_1^2}{2 \cdot g} - \frac{v_3^2}{2 \cdot g} = \frac{v_1^2 - v_3^2}{2 \cdot g} && | \text{Werte einsetzen} \\
 &= \frac{\left(18.26 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 - \left(12 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2 \cdot 9.81 \frac{\text{N}}{\text{kg}}} = 9.65 \text{ m}
 \end{aligned}$$

Auch damit kommen wir auf eine Höhe von $34 \text{ m} + 9.65 \text{ m} = \underline{\underline{44 \text{ m}}}$ über Boden.

- (c) Nun legen wir das Nullniveau auf den Boden. Am einfachsten setzen wir den Zustand des Steins unmittelbar vor dem Aufprall (Zustand 4) mit dem toten Punkt (Zustand 2) in Beziehung. Wie der Aufgabentext besagt, gehen nun 15 J Energie verloren. Das müssen wir folgendermaßen berücksichtigen:

$$\begin{aligned}
 E_{\text{total},4} &= E_{\text{total},2} - 15 \text{ J} && | \text{Energien erkennen} \\
 \Rightarrow E_{\text{kin},4} &= E_{\text{pot},2} - 15 \text{ J} && | \text{Formeln einsetzen} \\
 \Rightarrow \frac{m \cdot v_4^2}{2} &= m \cdot g \cdot h_2 - 15 \text{ J} && | \cdot \frac{2}{m} \\
 \Leftrightarrow v_4^2 &= 2 \cdot g \cdot h_2 - \frac{2 \cdot 15 \text{ J}}{m} && | \sqrt{\dots} \\
 \Rightarrow v_4 &= \sqrt{2 \cdot g \cdot h_2 - \frac{2 \cdot 15 \text{ J}}{m}} && | \text{Werte einsetzen} \\
 &= \sqrt{2 \cdot 9.81 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \cdot 51 \text{ m} - \frac{2 \cdot 15 \text{ J}}{0.273 \text{ kg}}} = 29.8 \frac{\text{m}}{\text{s}} = \underline{\underline{30 \frac{\text{m}}{\text{s}}}}
 \end{aligned}$$

Energieverluste lassen sich also ohne große Probleme in eine Rechnung einbauen, solange sie sich denn beziffern lassen.

4. Die Leistung des Jet d'Eau in Genf

- (a) Betrachten wir eine kleine Portion Wasser mit Masse m in zwei Momenten: Erstens beim Verlassen der Düse (Zustand 1: noch keine Höhe, dafür Geschwindigkeit v_1) und zweitens am obersten Punkt (Zustand 2: keine Geschwindigkeit, dafür Höhe h_2). Es folgt:

$$\begin{aligned}
 E_{\text{kin},1} &= E_{\text{pot},2} && | \text{Formeln einsetzen} \\
 \Rightarrow \frac{m \cdot v_1^2}{2} &= m \cdot g \cdot h_2 && | \cdot \frac{2}{m} \\
 \Leftrightarrow v_1^2 &= 2 \cdot g \cdot h_2 && | \sqrt{\dots} \\
 \Rightarrow v_1 &= \sqrt{2 \cdot g \cdot h_2} && | \text{Werte einsetzen} \\
 &= \sqrt{2 \cdot 9.81 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \cdot 125 \text{ m}} = 49.52 \frac{\text{m}}{\text{s}} = \underline{\underline{178 \frac{\text{km}}{\text{h}}}}
 \end{aligned}$$

Wie man beim Übergang von der zweiten zur dritten Zeile sieht, fällt die Masse raus. Es kommt also nicht darauf an, wie groß die Portion Wasser gewählt wird.

- (b) Der Vorgang ist nicht reibungsfrei. Das Wasser ist erstens recht schnell unterwegs und verteilt sich zweitens recht stark (der Strahl bricht auf dem Weg nach oben auf). Es entsteht ein nicht zu vernachlässigender Luftwiderstand, der erfordert, dass dem Wasser zusätzliche kinetische Energie mitgegeben werden muss, damit es trotzdem 125 m Höhe erreichen kann.
- (c) Die Düse verrichtet ständig Beschleunigungsarbeit. Pro Sekunde werden 500 Liter Wasser, das sind gerade 500 kg von 0 auf $216 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ ($= 60 \frac{\text{m}}{\text{s}}$) beschleunigt:

$$E_{\text{kin}} = \frac{m \cdot v^2}{2} = \frac{500 \text{ kg} \cdot \left(60 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2} = 900\,000 \text{ J} = \underline{\underline{900 \text{ kJ}}}$$

Die sekundlich zugeführte kinetische Energie beträgt somit 900 kJ, d.h.:

$$P = \frac{E_{\text{kin}}}{\Delta t} = \frac{900 \text{ kJ}}{1 \text{ s}} = \underline{\underline{900 \text{ kW}}}$$

5. Reibungsarbeit eines "Brummis"

Wie schon bei Aufgabe 3.(c) fügen wir den Energieverlust in die Energieerhaltungsgleichung ein. Die kinetische Energie des Lastwagens ist im Zustand 1 vor der Verlangsamung durch die Rollreibung größer als im Zustand 2 danach. Um wie viel? Natürlich genau um die abgegebene Reibungsarbeit W_R . Damit folgt der in der Aufgabenstellung enthaltene Tipp, mit dem wir direkt weiterarbeiten können ($v_1 = 55 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 15.3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ und $v_2 = 45 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 12.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$):

$$\begin{aligned}
 E_{\text{kin},1} &= E_{\text{kin},2} + W_R && | \text{Formeln einsetzen} \\
 \Rightarrow \frac{m \cdot v_1^2}{2} &= \frac{m \cdot v_2^2}{2} + F_R \cdot s && | F_R = \mu_R \cdot F_N = \mu_R \cdot F_G = \mu_R \cdot m \cdot g \\
 \Rightarrow \frac{m \cdot v_1^2}{2} &= \frac{m \cdot v_2^2}{2} + \mu_R \cdot m \cdot g \cdot s && | : m \\
 \Leftrightarrow \frac{v_1^2}{2} &= \frac{v_2^2}{2} + \mu_R \cdot g \cdot s && | - \frac{v_2^2}{2} \\
 \Leftrightarrow \frac{v_1^2 - v_2^2}{2} &= \mu_R \cdot g \cdot s && | : (g \cdot s) \\
 \Leftrightarrow \mu_R &= \frac{v_1^2 - v_2^2}{2 \cdot g \cdot s} && | \text{Werte einsetzen} \\
 &= \frac{(15.3 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2 - (12.5 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2}{2 \cdot 9.81 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \cdot 150 \text{ m}} = 0.0262 = \underline{\underline{0.026}}
 \end{aligned}$$

6. Einen Gummiball fallen lassen

- (a) Zu Beginn, also vor dem fallen gelassen werden, besitzt der Ball aufgrund seiner Starthöhe eine ganz bestimmte Menge an potentieller Energie E_{pot} . Während dem Fallen, dem Kontakt mit dem Boden und dem anschließenden Aufsteigen, ist der Ball **kein abgeschlossenes System**. Es ist aber klar, dass keine Energie hinzukommt, sondern dass der Ball durch den **Luftwiderstand**, die **Reibung mit dem Boden** und die **innere Reibung während dem Bodenkontakt** allenfalls etwas **Energie verliert**. Somit verfügt der Ball nach dem Bodenkontakt im toten Punkt oben über weniger Energie. Die potentielle Energie und die dadurch erreichte Höhe sind geringer.
- (b) Legen wir das Nullniveau auf diesen tiefsten Punkt der Bewegung, so gibt es dort keine potentielle Energie und auch die kinetische Energie ist gleich Null, denn es handelt sich um den unteren Umkehrpunkt der Bewegung. Die mechanische Energie ist in diesem Moment in der leichten Komprimierung des elastischen Gummiballs gespeichert. Es handelt sich also um **Feder- oder eben elastische Energie**.

7. Bessere Autos?

- (a) Berechnen wir die Veränderung der kinetischen Energie. Dabei müssen wir auf die richtigen Einheiten achten ($v_1 = 72 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ und $v_2 = 44 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 12.22 \frac{\text{m}}{\text{s}}$):

$$\begin{aligned}
 E_{\text{kin},2} - E_{\text{kin},1} &= \frac{m \cdot v_2^2}{2} - \frac{m \cdot v_1^2}{2} = \frac{m \cdot (v_2^2 - v_1^2)}{2} \\
 &= \frac{1200 \text{ kg} \cdot \left((20 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2 - (12.22 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2 \right)}{2} = -150\,370 \text{ J} = \underline{\underline{-150 \text{ kJ}}}
 \end{aligned}$$

Das Minuszeichen bringt zum Ausdruck, dass es sich um einen Energie**verlust** handelt. Solange du dir des Verlustes bewusst sind, darfst du einen solchen Wert auch ohne dieses Vorzeichen angeben.

Achtung! Vielleicht hast du intuitiv zuerst versucht, den Energieverlust aus der Differenz der beiden Geschwindigkeiten zu bestimmen. Diese Vorgehensweise kann nicht funktionieren, weil in der Berechnung der kinetischen Energie die Geschwindigkeit im Quadrat auftritt. Hier die Rechnung, welche den Fehler aufzeigt:

$$20^2 - 12.22^2 = 400 - 149.4 = 250.6 \neq (20 - 12.22)^2 = 7.78^2 = 60.5$$

$$\text{und allgemein: } v_1^2 - v_2^2 \neq (v_2 - v_1)^2 = v_2^2 - 2v_2v_1 + v_1^2$$

Zwischen $44 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ und $72 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ steckt wegen diesem Geschwindigkeitsquadrat deutlich mehr kinetische Energie als zwischen $0 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ und $44 \frac{\text{km}}{\text{h}}$.

- (b) Die verloren gegangene kinetische Energie ist zu innerer Energie geworden. Nebst einer geringen Erwärmung von Pneu, Straße und umgebender Luft sind bei diesem Vorgang vor allem die Bremsen des Autos heiß geworden.

- (c) Offenbar schwierig umzusetzen, aber theoretisch denkbar, wären Schwungräder innerhalb des Autos, welche beim Abbremsen beschleunigt würden und beim nächsten Losfahren – z.B. an einer Ampel – ihre Bewegungsenergie sofort wieder an das Auto abgeben könnten.

Bei Fahrzeugen mit Elektromotoren kann der Antrieb beim Abbremsen direkt dazu verwendet werden, um aus der kinetischen zumindest teilweise wieder elektrische Energie zu gewinnen (**Rekuperationsbremse**). Was bei Eisenbahnlokomotiven längst schon Anwendung gefunden hat, ist im Zuge der Entwicklung von Hybridautos (Autos mit sowohl Benzin, als auch Elektroantrieb) seit ein paar Jahren auch auf der Straße zum Thema geworden.

Leider stellen wir nach wie vor fest, dass bei Autos mit herkömmlichen Verbrennungsmotoren die gesamte kinetische Energie beim Abbremsen in innere Energie verloren geht. Es werden keine Rückgewinnungsmechanismen eingesetzt. Hier gibt es noch Entwicklungspotential!

8. Ein Auto am Hang

- (a) Das Auto verliert seine anfängliche (Zustand 1) potentielle gegenüber dem Nullniveau, das wir auf Höhe des Zustandes 2 nach der Beschleunigung legen wollen:

$$E_{\text{pot},1} = m \cdot g \cdot h_1 = 1150 \text{ kg} \cdot 9.81 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \cdot 5.00 \text{ m} = 56\,408 \text{ J} = \underline{\underline{56.4 \text{ kJ}}}$$

- (b) Der Zuwachs an kinetischer Energie beträgt ($v_2 = 34.7 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 9.639 \frac{\text{m}}{\text{s}}$):

$$E_{\text{kin},2} = \frac{m \cdot v_2^2}{2} = \frac{1150 \text{ kg} \cdot (9.639 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2}{2} = 53\,423 \text{ J} = \underline{\underline{53.4 \text{ kJ}}}$$

- (c) Wäre das Auto ein abgeschlossenes System, so müsste die potentielle Energie im Zustand 1 vollständig zu kinetischer Energie des Zustandes 2 werden. Genau dies ist nicht der Fall. Die beiden Resultate unterscheiden sich um etwa 3 kJ.

Der Grund für den Energieverlust ist einmal mehr die Tatsache, dass während des Vorgangs Reibung stattfindet. Insbesondere die Rollreibung ist bedeutsam.

- (d) Korrekterweise müsste bei dieser Aufgabenstellung deklariert werden, dass das Nullniveau der potentiellen Energie effektiv auf die Höhe von Zustand 2 gelegt werden soll, denn ansonsten ist nicht klar, wie viel mechanische Energie in den beiden Zuständen effektiv vorhanden ist und dann lässt sich auch kein eindeutiger prozentualer Verlust angeben.

Mit dem Nullniveau auf Höhe von Zustand 2 ergibt sich für den prozentualen Verlust:

$$\frac{56\,408 \text{ J} - 53\,423 \text{ J}}{56\,408 \text{ J}} = \frac{2985 \text{ J}}{56\,408 \text{ kJ}} = 0.052\,918 = \underline{\underline{5.29\%}}$$

9. Beau Jeu in Aktion

Für die Beschleunigungsarbeit erhält man ($93 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 25.833 \frac{\text{m}}{\text{s}}$):

$$W_B = \frac{m \cdot v^2}{2} = \frac{0.435 \text{ kg} \cdot (25.833 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2}{2} = 145.15 \text{ J}$$

Daraus ergibt sich für die Beschleunigungsleistung:

$$P_B = \frac{W_B}{\Delta t} = \frac{145.15 \text{ J}}{0.0076 \text{ s}} = 19\,100 \text{ W} = \underline{\underline{19 \text{ kW}}}$$

10. Eine Sylvesterrakete

Unter Berücksichtigung des Verlustes aufgrund des Luftwiderstandes setzen wir die Energieerhaltung für die Hülle an (Zustand 1 = toter Punkt, Zustand 2 = unmittelbar vor dem Aufprall):

$$\begin{aligned} E_{\text{pot},1} &= E_{\text{kin},2} + W_{\text{Luftwiderstand}} && | \text{Formeln einsetzen} \\ \Rightarrow m \cdot g \cdot h_1 &= \frac{m \cdot v_2^2}{2} + 14 \text{ J} && | \cdot \frac{2}{m} \\ \Leftrightarrow 2 \cdot g \cdot h_1 &= v_2^2 + \frac{28 \text{ J}}{m} && | - \frac{28 \text{ J}}{m} \\ \Leftrightarrow v_2^2 &= 2 \cdot g \cdot h_1 - \frac{28 \text{ J}}{m} && | \sqrt{\dots} \\ \Rightarrow v_2 &= \sqrt{2 \cdot g \cdot h_1 - \frac{28 \text{ J}}{m}} && | \text{Werte einsetzen} \\ &= \sqrt{2 \cdot 9.81 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \cdot 47 \text{ m} - \frac{28 \text{ J}}{0.072 \text{ kg}}} = 23.09 \frac{\text{m}}{\text{s}} = \underline{\underline{23 \frac{\text{m}}{\text{s}}}} \end{aligned}$$

11. Elektrizitätskosten beim Theater

Für die mittlere Leistung der 18 Scheinwerfer erhalten wir:

$$P = 55 \% \cdot 18 \cdot 850 \text{ W} = 8415 \text{ W}$$

Damit ergibt sich für die während der Vorführung bezogene Energiemenge:

$$\Delta E = P \cdot \Delta t = 8415 \text{ W} \cdot 1.75 \text{ h} = 14\,726 \text{ Wh} = 14.73 \text{ kWh}$$

Der Preis für die Aufführung beträgt somit:

$$\text{Preis} = 14.73 \text{ kWh} \cdot 20 \frac{\text{Rp.}}{\text{kWh}} = 294.5 \text{ Rp.} = \underline{\underline{2.95 \text{ Fr.}}}$$