Übungen zur Elektrizitätslehre – Lösungen Serie 3

1. *Erste Rechnungen mit Ohm'schen und nicht-Ohm'schen Leitern*

   (a) Aus Anhang A erfahren wir: "grün-blau-orange" $\widehat{=}\ R = 56\,000\,\Omega = 56\,\mathrm{k}\Omega$. Daraus folgt:

   $$U = R \cdot I = 56\,000\,\Omega \cdot 0.001\,39\,\mathrm{A} = \underline{\underline{78\,\mathrm{V}}}$$

   (b) Aus Spannungs- und Stromstärkenangabe erhält man für den benötigten Widerstandswert:

   $$R = \frac{U}{I} = \frac{7.3\,\mathrm{V}}{0.0033\,\mathrm{A}} = 2212\,\Omega \approx 2200\,\Omega$$

   Zu diesem Widerstand gehört der Farbcode **rot-rot-rot**.

   (c) Für den Widerstandswert des Kohleschichtwiderstandes erhält man:

   $$R = \frac{U}{I} = \frac{7.5\,\mathrm{V}}{0.0028\,\mathrm{A}} = 2680\,\Omega$$

   Demzufolge ergibt sich bei $13.5\,\mathrm{V}$ Spannung für die Stromstärke:

   $$I = \frac{U}{R} = \frac{13.5\,\mathrm{V}}{2680\,\Omega} = 0.005\,04\,\mathrm{A} = \underline{\underline{5.0\,\mathrm{mA}}}$$

   (d) Der Widerstand des Lämpchens beträgt laut Widerstandsdefinition:

   $$R := \frac{U}{I} = \frac{3.5\,\mathrm{V}}{0.2\,\mathrm{A}} = \underline{\underline{18\,\Omega}}$$

   (e) Ist ein Leiter nicht-Ohm'sch, so heisst das nicht, dass man dafür keine Widerstandwerte berechnen kann! Schliesslich lautet die Definition des elektrischen Widerstandes einfach $R := \frac{U}{I}$. Und da sich bei jeder Spannungseinstellung U ein Stromstärkewert I ergibt, ist R auf jeden Fall berechenbar.

   Allerdings nimmt R nicht bei allen Spannungen denselben Wert an! Währenddem der Widerstand R eines Ohm'schen Leiters eine Konstante ist, trifft dies bei nicht-Ohm'schen Leitern nicht zu. Für jede Spannung U ergibt sich ein neuer Widerstandswert, da Spannung und Stromstärke nicht proportional zueinander sind.

   Der unter (c) berechnete Widerstandswert des Glühlämpchens gilt also ausschliesslich bei einer Spannung von $U = 3.5\,\mathrm{V}$ resp. einer Stromstärke von $I = 0.20\,\mathrm{A}$.

   Übrigens sind auch die LEDs in Aufgabe (g) nicht-Ohm'sche Leiter. Die dort berechneten Widerstandswerte gelten also nur bei genau $2.00\,\mathrm{V}$ Spannung.

   (f) Unmittelbar nach dem Einschalten ist die Stromstärke sehr gross. Später geht sie zurück. Somit ist der Widerstand des Drahtes angewachsen.

   Grund dafür ist die Erhitzung des Drahtes. Im heisseren Draht ist die Driftbewegung der Elektronen durch die stärkere thermische Bewegung der Atomrümpfe erschwert. D.h., ein heisser Draht leitet merklich schlechter als ein kalter. Dies war auch die Begründung für den Verlauf der Glühlämpchen-Kennlinie auf Seite 31.

   Konkret geht der Widerstandswert von anfänglichen $R = \frac{25\,\mathrm{V}}{7.5\,\mathrm{A}} = 3.3\,\Omega$ auf $R = \frac{25\,\mathrm{V}}{4.0\,\mathrm{A}} = 6.3\,\Omega$ hoch.

   (g) Für die Widerstände der LEDs erhalten wir bei $U = 2.00\,\mathrm{V}$:

   $$R_{\mathrm{rot}} = \frac{U}{I_{\mathrm{rot}}} = \frac{2.00\,\mathrm{V}}{0.0203\,\mathrm{A}} = \underline{\underline{98.5\,\Omega}} \qquad R_{\mathrm{gelb}} = \frac{2.00\,\mathrm{V}}{0.010\,48\,\mathrm{A}} = \underline{\underline{191\,\Omega}} \qquad R_{\mathrm{grün}} = \frac{2.00\,\mathrm{V}}{0.009\,50\,\mathrm{A}} = \underline{\underline{211\,\Omega}}$$

2. *Elektrische Widerstände verschiedener Objekte*

   Gummi isoliert. Der Radiergummi leitet somit mit Sicherheit am schlechtesten resp. weist umgekehrt den grössten elektrischen Widerstand auf.

   Auf der anderen Seite leitet Metall den Strom sehr gut. Ein dickes Metallkabel ist dabei nochmals vorteilhafter als ein dünnes. Die Leitungselektronen kommen sich gegenseitig weniger in den Weg.

   Bleibt noch der Kohleschichtwiderstand. Er besitzt zwar schon einen recht grossen Widerstand von $1500\,\Omega$ und ist damit sicher ein viel schlechterer Leiter als die Metalldrähte. Gleichzeitig ist er aber garantiert immer noch ein viel besserer Leiter als der isolierende Radiergummi.

3. *Das Leitungsverhalten einer blauen Leuchtdiode (LED)*

   (a) Bei Ohm'schen Leitern sind die angelegte Spannung und die daraus resultierende Stromstärke proportional zueinander. Deshalb sind die Kennlinien Ohm'scher Leiter Ursprungsgeraden (= Graphen von Proportionalitäten).

   Die Kennlinie der LED ist jedoch alles Andere als eine Ursprungsgerade. Und somit kann sie kein Ohm'scher Leiter sein.

   (b) Der Widerstand der LED nimmt im gezeigten Ausschnitt mit zunehmender Spannung ab. Dies ergibt sich aus den Koordinaten dreier auf ihr liegender Punkte:

$$\begin{aligned}
(2.5\,\mathrm{mA},\ 2.8\,\mathrm{V}) \quad &\Rightarrow \quad R_{2.8} = \frac{U}{I} = \frac{2.8\,\mathrm{V}}{0.0025\,\mathrm{A}} = 1100\,\Omega \\
(26\,\mathrm{mA},\ 3.4\,\mathrm{V}) \quad &\Rightarrow \quad R_{3.4} = \frac{U}{I} = \frac{3.4\,\mathrm{V}}{0.026\,\mathrm{A}} = 130\,\Omega \\
(48\,\mathrm{mA},\ 3.7\,\mathrm{V}) \quad &\Rightarrow \quad R_{3.7} = \frac{U}{I} = \frac{3.7\,\mathrm{V}}{0.048\,\mathrm{A}} = 77\,\Omega
\end{aligned}$$

4. *Aufgaben zur Serieschaltung von Widerständen*

   (a) Der Widerstand der LED beträgt bei Maximalbetrieb:

$$R_{\mathrm{LED,max}} = \frac{U_{\max}}{I_{\max}} = \frac{2.03\,\mathrm{V}}{0.11\,\mathrm{A}} = 18.5\,\Omega$$

   Daraus folgt für den Mindestwiderstand der Gesamtschaltung bei Maximalstrom:

$$R_{\mathrm{tot,max}} = \frac{U_{\mathrm{tot}}}{I_{\max}} = \frac{9.0\,\mathrm{V}}{0.11\,\mathrm{A}} = 81.8\,\Omega$$

   Schliesslich folgern wir für den seriell dazu geschalteten Vorwiderstand:

$$R_{x,\min} = R_{\mathrm{tot,max}} - R_{\mathrm{LED,max}} = 81.8\,\Omega - 18.5\,\Omega = \underline{\underline{63\,\Omega}}$$

   Andererseits kann man ebenso gut sagen: Bei Maximalbetrieb beträgt die Spannung über dem Vorwiderstand gerade $U_x = 9.0\,\mathrm{V} - 2.03\,\mathrm{V} = 6.93\,\mathrm{V}$.

   Bei $110\,\mathrm{mA}$ Stromstärke folgt daraus für den Widerstandwert:

$$R = \frac{U}{I} = \frac{6.93\,\mathrm{V}}{0.11\,\mathrm{A}} = \underline{\underline{63\,\Omega}}$$

   (b) Der Gesamtwiderstand der drei Widerstände beträgt:

$$R_{\mathrm{tot}} = \frac{U_{\mathrm{tot}}}{I} = \frac{3.0\,\mathrm{V}}{0.005\,56\,\mathrm{A}} = 540\,\Omega$$

   Dieser Gesamtwiderstand ist in 18 Teile zu zerlegen, da $5 + 4 + 9 = 18 \Rightarrow 30\,\Omega$ pro Teil.

   Somit ergibt sich für die Werte der drei Widerstände: $R_1 = \underline{\underline{150\,\Omega}}$, $R_2 = \underline{\underline{120\,\Omega}}$, $R_3 = \underline{\underline{270\,\Omega}}$.

5. *Fritz und seine drei Widerstände*

   (a) Für Kohleschichtwiderstand 1 (gelb-violett-braun) erhalten wir aus Anhang A: $R_1 = 470\,\Omega$.

$$\Rightarrow \quad I_1 = \frac{U}{R_1} = \frac{3.0\,\mathrm{V}}{470\,\Omega} = 0.006\,38\,\mathrm{A} = \underline{\underline{6.4\,\mathrm{mA}}}$$

   Analog ergibt sich für die anderen beiden Kohleschichtwiderstände:

$$R_2 = 12\,\Omega \quad \Rightarrow \quad I_2 = \ldots = \underline{\underline{250\,\mathrm{mA}}} \qquad \text{und} \qquad R_3 = 680\,000\,\Omega \quad \Rightarrow \quad I_3 = \ldots = \underline{\underline{4.4\,\mu\mathrm{A}}}$$

(b) In einem Kohleschichtwiderstand sollen pro Sekunde maximal $0.25\,\mathrm{J}$ Energie umgesetzt werden. Die Spannung von $3.0\,\mathrm{V}$ gibt an, wie viel Energie pro Ladungsmenge umgesetzt wird. Demzufolge lässt sich aus der Spannungsangabe schliessen, welche sekündliche Ladungsmenge einen Widerstand maximal durchfliessen darf, wenn er an $3.0\,\mathrm{V}$ Spannung angeschlossen ist:

$$U := \frac{\Delta E}{Q} \quad \Rightarrow \quad Q = \frac{\Delta E}{U} = \frac{0.25\,\mathrm{J}}{3.0\,\mathrm{V}} = 0.0833\,\mathrm{C} \quad \text{pro Sekunde} \quad \Rightarrow \quad I = 0.0833\,\mathrm{A} = 83.3\,\mathrm{mA}$$

Der $12\,\Omega$-Kohleschichtwiderstand sollte somit nicht direkt an die $3\,\mathrm{V}$-Batterie angeschlossen werden, weil in ihm diese Stromstärke überschritten wird.

(c) Das Anschliessen des $12\,\Omega$-Widerstandes würde praktisch einer Kurzschlusssituation entsprechen. Er würde relativ rasch zerstört, weil in ihm in kurzer Zeit viel Energie freigesetzt würde, und zwar in Form von Joule'scher Wärme. Er würde ganz einfach durchbrennen!

(d) Durch Addition der seriell geschalteten Widerstände ergibt sich ein Gesamtwiderstand von:

$$R_{\text{total}} = R_1 + R_2 + R_3 = 470\,\Omega + 12\,\Omega + 680\,000\,\Omega = 680\,482\,\Omega$$

Das ist nur unwesentlich verschieden von $680\,000\,\Omega$, weshalb die Stromstärke praktisch dieselbe ist, wie wenn nur R_3 an die Batterie angeschlossen ist:

$$I = \frac{U_{\text{total}}}{R_{\text{total}}} = \frac{3.0\,\mathrm{V}}{680\,482\,\Omega} = 0.000\,0441\,\mathrm{A} = \underline{\underline{4.4\,\mu\mathrm{A}}}$$

6. *Der Innenwiderstand einer Batterie*

Beim Betrieb des Lämpchens sind dieses und der Innenwiderstand der Batterie seriell geschaltet, liegen also hintereinander im Stromkreis. (Durch das Voltmeter fliesst kein Strom!)

Aus der Spannung U_{L} über dem Lämpchen und dessen Widerstand R_{L} schliessen wir auf die aktuelle Stromstärke:

$$I = \frac{U_{\mathrm{L}}}{R_{\mathrm{L}}} = \frac{8.83\,\mathrm{V}}{12.2\,\Omega} = 0.724\,\mathrm{A}$$

Daraus folgt für den Gesamtwiderstand R der Serieschaltung:

$$R = \frac{U}{I} = \frac{9.24\,\mathrm{V}}{0.724\,\mathrm{A}} = 12.8\,\Omega$$

Und damit schliessen wir für den Wert des Innenwiderstandes R_{i}:

$$R_{\mathrm{i}} = R - R_{\mathrm{L}} = 12.8\,\Omega - 12.2\,\Omega = \underline{\underline{0.6\,\Omega}}$$

7. *Der Widerstand des menschlichen Körpers*

(a) Wir berechnen für die Spannung, ab der es tatsächlich gefährlich wird:

$$U = R \cdot I = 3000\,\Omega \cdot 0.010\,\mathrm{A} = \underline{\underline{30\,\mathrm{V}}}$$

(b) Für den Körperwiderstand bei der Defibrillation ergibt sich:

$$R = \frac{U}{I} = \frac{750\,\mathrm{V}}{15\,\mathrm{A}} = \underline{\underline{50\,\Omega}}$$