Teil II

Elektromagnetismus

Kapitel 6

Ferromagnetismus

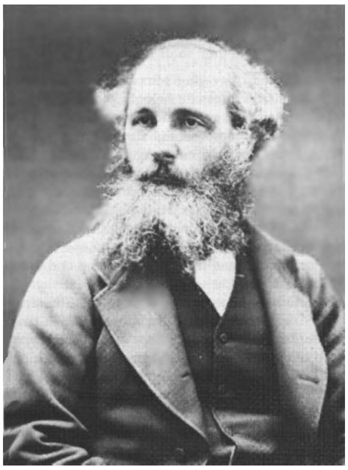

Abbildung 6.1: James Clerk Maxwell (1831 – 1879).

Magnetismus ist ein Phänomen, welches den Menschen bereits seit sehr langer Zeit bekannt ist. Bereits im 4. Jh. vor Christus sollen die Chinesen den Kompass erfunden und ihn bei Seereisen eingesetzt haben. Europa "entdeckte" das nützliche Instrument erst im 11. Jh.

Besser verstanden hat man den Magnetismus allerdings erst im Laufe des 19. Jahrhunderts. Nachdem der dänische Physiker **Hans Oersted** im Jahre 1819 per Zufall einen ersten Zusammenhang zwischen Magnetismus und elektrischen Strömen entdeckt hatte, vergingen nur noch 50 Jahre, bis der englische Mathematiker und Physiker **James Clerk Maxwell**die vollständige Theorie zu Elektrizität und Magnetismus, die sogenannte **klassische Elektrodynamik** formulierte.

Diese Theorie ist unglaublich umfassend (obwohl sie im Wesentlichen aus gerade mal vier Differenzialgleichungen und zwei Kraftgesetzen besteht). Aus ihr folgt unter anderem, dass Licht nichts anderes als ein veränderliches **elektromagnetisches Feld** ist. Auf einen Schlag waren Elektrizität und Magnetismus vollständig miteinander vereint und fortan nur noch als ein Phänomen anzusehen, welches auf der Existenz einer bestimmten Materieeigenschaft, nämlich der **elektrischen Ladung**, beruht.

In diesem Kapitel werden wir vertraut mit den scheinbar von der Elektrizität losgelösten Grundphänomenen des Magnetismus, die wir aus unserer Alltagswelt bereits kennen und die man unter dem Namen **Ferromagnetismus** zusammenfassen kann.

6.1 Lernziele zum Kapitel 6

- Ich kenne die Definition der **Magnetpole** aufgrund der Ausrichtung am Erdmagnetismus und **verwechsle Magnetpole nicht mit elektrischen Polen.**
- Ich weiss, welche **Farbdeklarationen** für Magnetpole verwendet werden.
- Ich kann qualitativ beschreiben, welche **Kraftwirkungen** zwischen gleichnamigen und ungleichnamigen Magnetpolen auftreten.
- Ich weiss, dass die magnetische Kraftwirkung eines Magneten **an seinen Polen am stärksten** ist **mit zunehmend Abstand kleiner** wird.
- Ich weiss, dass sich bei der Zerlegung eines Magneten nicht einzelne Pole, sondern kleinere Magnete (mit wieder mindestens einem Nord- und einem Südpol) bilden. Es gibt keine Gegenstände mit nur einem einzigen Magnetpol **(Nicht-Existenz magnetischer Monopole)**.
- Ich kann die magnetischen Kraftwirkungen zwischen Permanentmagneten und magnetisierbaren Gegenständen mithilfe des Modell der **Elementarmagneten** erklären.

6.2 Definition und Eigenschaften von Magnetpolen

Stabmagnete richten sich auf der Erdoberfläche immer gleich aus, wenn man sie **frei drehbar** lagert. Ein Ende zeigt nach Norden, das andere nach Süden. Wir definieren:

Definition der Magnetpole

Richtet sich ein Stabmagnet auf der Erdoberfläche frei aus, so nennen wir das Ende, welches nach Norden zeigt, den (magnetischen) **Nordpol** *des Magneten.*

Umgekehrt heisst das nach Süden zeigende Ende (magnetischer) **Südpol**.

Farbliche Kennzeichnung der Magnetpole (real und in Skizzen)

Farbig:	**Nordpole rot**, **Südpole grün**.
Schwarz-weiss:	**Nordpole weiss**, **Südpole grau**.

Zwischen Magnetpolen gibt es Kraftwirkungen, die du sicher schon selber beobachtet hast:

Das Kraftverhalten von Magnetpolen

1. *Gleichnamige Pole zweier Magnete stossen sich stets ab, ungleichnamige Pole ziehen sich gegenseitig an.*
2. *An den Polen eines Magneten sind diese magnetischen Kraftwirkungen stets am grössten, während sie in der Mitte des Magneten oder ganz generell bei zunehmender Entfernung zu den Polen schwächer sind.*

MERKEN SIE SICH: Magnetpole und elektrische Pole sind grundsätzlich verschieden!

Ein Nordpol hat <u>NICHTS</u> zu tun mit einem Pluspol oder einer positiven Ladung, ein Südpol <u>NICHTS</u> mit einem Minuspol oder einer negativen Ladung!!!

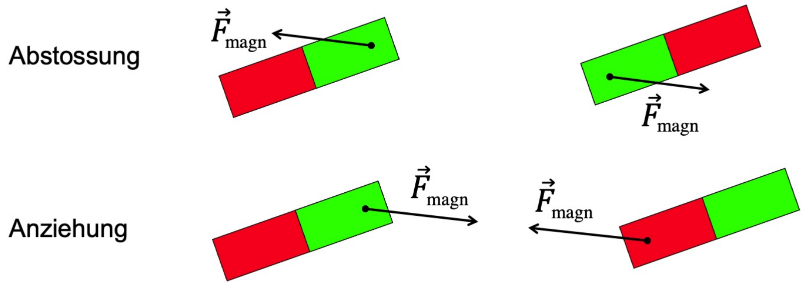

Abbildung 6.2: Kräfte zwischen Magnetpolen.

Nichtexistenz magnetischer Monopole

Eine ganz wesentliche Feststellung ist, dass wir Magnetpole nie allein antreffen. Jeder Magnet hat mindestens einen Süd- und mindestens einen Nordpol. Auch wenn wir einen Magneten aufspalten, so trennen wir dadurch nicht zwei Pole voneinander. Vielmehr entstehen bei diesem Vorgang zwei neue Pole, so dass die einzelnen Stücke wieder für sich vollständige Magneten sind. Die Physik nennt dies die **Nichtexistenz magnetischer Monopole**.[1]

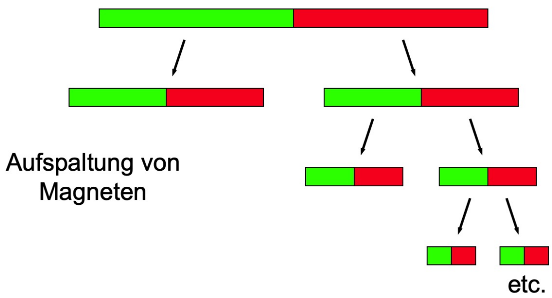

Abbildung 6.3: Jeder Bruchteil des ursprünglichen Magneten wird selber wieder zu einem vollständigen Magneten mit (mindestens) einem Nord- und einem Südpol.

Dieses “Pol-Vervielfachungsprinzip” funktioniert auch in der Gegenrichtung. Viele kleine Magneten können zu einem grossen zusammengesetzt werden. Von den Polen, die vorher an den einzelnen kleinen Magneten vorhanden waren, merkt man dann (fast) nichts mehr. Es gibt nur noch die beiden Endpole.

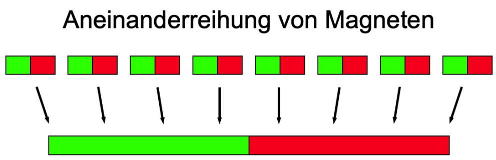

Abbildung 6.4: Bei der Aneinanderreihung mehrerer kleiner Magnete verschwinden deren Pole. Der neu entstehende Magnet hat nur noch Pole an seinen Enden.

[1]Die Abwesenheit magnetischer Monopole führt die klassische Physik darauf zurück, dass sämtlicher Magnetismus durch die Bewegung elektrischer Ladungen oder die Veränderung elektrischer Felder entsteht. In der Quantenphysik muss man zudem davon ausgehen, dass die einzelnen Elementarteilchen bereits für sich alleine als magnetische Dipole aufzufassen sind.

6.3 Magnetisierung

Manche Gegenstände sind selber nicht magnetisch, verfügen also von sich aus nicht über Magnetpole, nehmen aber durchaus an magnetischen Kraftwirkungen teil. Magnetknöpfe haften beispielsweise am Kühlschrank, obwohl dieser selber nicht magnetisch ist. Solche Gegenstände – Wandtafeln gehören z.B. auch dazu – nennt man **magnetisierbar**.

Generell lassen sich Alltagsgegenstände in drei Kategorien einteilen:

(Permanent-)Magnete: Solche Gegenstände weisen bereits ohne äussere Einflüsse magnetische Eigenschaften auf, d.h., es lassen sich fixe Magnetpole (mit all ihren Eigenschaften) feststellen.

Abstossende magnetische Kräfte lassen sich im Alltag nur zwischen zwei Permanentmagneten beobachten, deren gleichnamige Pole einander angenähert werden.

Magnetisierbare Gegenstände: Solche Gegenstände werden in der Nähe anderer Magneten selbst zu Magneten, d.h. sie bilden Magnetpole aus. Diesen Vorgang nennt man **Magnetisieren**. Magnetisierbare Gegenstände werden von anderen Magneten stets so magnetisiert, dass eine anziehende Kraftwirkung zu beobachten ist.[2]

Magnetismus tritt nur bei einer sehr kleinen Auswahl an Stoffen auf, nämlich bei **Eisen**, **Nickel**, **Cobalt**, **Legierungen dieser Metalle**, Gadolinium, Dysprosium, Erbium und ein paar sonstigen Verbindungen. Oberhalb einer von Material zu Material verschiedenen kritischen Temperatur (Curie-Temperatur) verschwindet der Ferromagnetismus.

Nicht magnetisierbare Gegenstände: Sie nehmen gar nicht an magnetischen Kraftwirkungen teil und beeinflussen auch nicht die magnetischen Kraftwirkungen zwischen anderen Gegenständen.[3]

Abbildung 6.5: Ein Magnet haftet am selbst eigentlich nicht magnetischen Kühlschrank.

[2]Nebenbei: Wir beschäftigen uns ausschliesslich mit dem **Ferromagnetismus (von lat. ferrum = Eisen)**. Er ist mit Abstand die stärkste und in der Regel die einzige in unserem Alltag wahrnehmbare Form von Magnetismus.

Neben dem Ferro- gibt es den **Para-** und den **Diamagnetismus**. Diese drei Formen von Magnetisierbarkeit sind auf den unterschiedlichen atomaren Aufbau der Stoffe zurückzuführen. Während ferro- und paramagnetische Gegenstände ein äusseres Magnetfeld verstärken, schwächen Diamagneten dieses ab.

[3]Z.B. ist ein Blatt Papier nicht magnetisierbar. Zwei Magneten können problemlos aneinander haften, auch wenn sich das Blatt Papier zwischen ihnen befindet.

6.4 Elementarmagnete

Der Magnetismus eines Stoffes hat seine Ursache in der Struktur der Elektronenhülle seiner Atome. Bereits die einzelnen Atome sind bei Eisen, Nickel, Cobalt, etc. also als kleine Magnetchen mit Nord- und Südpol anzusehen. Wir sprechen von **Elementarmagneten**.[4]

Der Magnetismus des einzelnen Atoms entsteht durch die Teilchen – Protonen, Neutronen, Elektronen, aus denen sich das Atom aufbaut. Diese besitzen einerseits jedes für sich bereits magnetische Eigenschaften (**Spin**), andererseits erzeugt die "Bewegung" der Elektronen um den Atomkern einen zusätzlichen Magnetismus (**Bahndrehimpuls**). Bei den meisten Atomen heben sich die magnetischen Wirkungen all dieser Teilchen gegenseitig auf, sodass das Atom insgesamt unmagnetisch erscheint. Nicht so bei den Atomen magnetisierbarer Stoffe. Und deshalb kann der Magnetismus dieser Stoffe auch makroskopisch wahrgenommen werden.

Näheres zum Magnetismus auf atomarer Grössenordnung erfährst du im Anhang C.

Erklärung der magnetischen Phänomene durch Elementarmagnete (vgl. Abb. 6.6)

Nicht-magnetisierter, aber magnetisierbarer Gegenstand: Die Elementarmagnete sind ungeordnet und besitzen keinerlei gemeinsame Ausrichtung.

Magnetisierter magnetisierbarer Gegenstand: Je stärker ein Gegenstand magnetisiert wird, umso mehr Elementarmagnete richten sich gleich aus.

(Permanent-)Magnete: Die meisten Elementarmagnete sind gleich ausgerichtet. Für die Atome ist dies energetisch günstiger, weshalb der Zustand so erhalten bleibt.

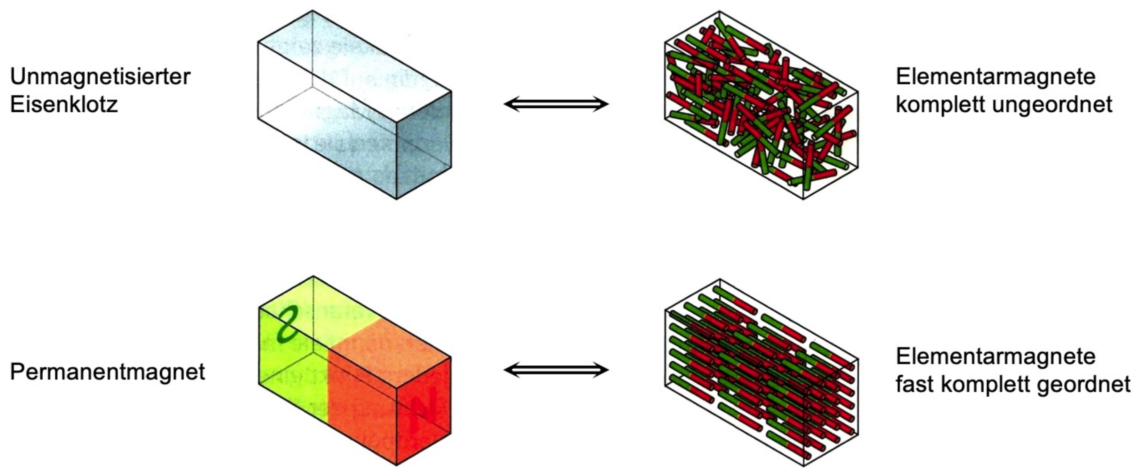

Abbildung 6.6: Das magnetische Verhalten von Magneten und magnetisierbaren Stoffen kann durch Elementarmagnete erklärt werden.

[4] Der Begriff **Elementarmagnet** wird je nach Quelle leicht verschieden verstanden. Manche bezeichnen damit einzelne Elektronen, andere verwenden ihn erst für ganze Atome oder für Gruppen von Atomen, die magnetisch gleich ausgerichtet sind (**Domänen**, vgl. Anhang C).

Kapitel 7

Das magnetische Feld ($\vec{B}$-Feld)

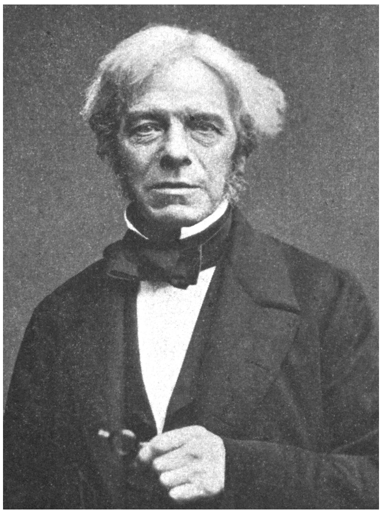

Abbildung 7.1: Michael Faraday (1791 – 1867) – als Erfinder des Feldkonzeptes für die Physik ein ganz besonders wichtiger Mann!

In diesem Kapitel begegnen wir dem Begriff **Feld** – resp. hier konkreter: **Magnetfeld** – im Rahmen der Physik offiziell zum ersten Mal, auch wenn wir schon früher z.B. vom Magnetfeld der Erde gehört haben und vielleicht auch schon andere Feldarten, wie z.B. das **elektrische** oder das **Gravitationsfeld** erwähnt wurden.

Das Konzept des "Feldes" geht auf den englischen Physiker **Michael Faraday** zurück, der sich in seiner Forschung ganz ausführlich der Untersuchung des Elektromagnetismus gewidmet hat. War er selber nicht unbedingt der allerbeste Mathematiker seiner Zeit, so gilt er bis heute aber als einer der bedeutendsten Experimentalphysiker. Mit seinen "Kraftlinien" resp. eben seiner neu entwickelten Vorstellung von Feldern konnte er physikalische Zusammenhänge zwar nicht formal fassen, lieferte dafür aber eine ungeheuer gute Idee für ein Denkmodell, das von seinen Zeitgenossen aufgenommen und sehr erfolgreich weiterentwickelt wurde.

Heute ist der Feldbegriff aus der Physik nicht mehr wegzudenken. Felder übernehmen die fundamentale Rolle der Kraftübermittlung. Zudem sind die verschiedenen Feldtypen offenbar miteinander verwandt: sie pflanzen sich nämlich alle mit Lichtgeschwindigkeit im Raum fort. Weiter ist es der theoretischen Physik anfangs des 20. Jahrhunderts gelungen, das elektrische und das magnetische Feld zu vereinheitlichen und sie lediglich als vom Bezugssystem abhängige Manifestationen ein und desselben Grundphänomens "Elektromagnetismus" darzustellen...

7.1 Lernziele zum Kapitel 7

- Ich kann das Konzept des **Magnetfeldes** (= $\vec{B}$-Feld) an einem einfachen Beispiel erläutern, z.B. mittels der Ausrichtung von Kompassnadeln in der Nähe eines Magneten: der Magnet erzeugt das Feld, in welchem sich die Kompassnadeln ausrichten.

- Ich kann erklären, wie ein **Eisenfeilspanbild** zustande kommt, und weiss, dass die Linien in einem **Feldlinienbild** in etwa den Eisenfeilspansträngen entsprechen.

- Ich weiss, dass die Richtung eines **Magnetfeldes** mit einer **Magnaprobe** (= kleine, frei drehbare Kompassnadel) ermittelt werden kann. An jedem beliebigen ist die Richtung des Magnetfeldes resp. der dortigen Feldlinie durch die Richtung gegeben, in welche der Nordpol der Magnaprobe zeigt.

- Ich weiss, dass die **Feldliniendichte** ein Mass für die Stärke des Magnetfeldes ist.

- Ich kann erklären, was man unter einem **homogenen** $\vec{B}$-Feld versteht und wie dessen Feldlinienbild aussieht.

- Ich erkenne eine **magnetisch anziehende Kraftsituation** daran, dass es gemeinsame Feldlinien zwischen den sich anziehenden Gegenständen gibt.

  Umgekehrt erkenne ich eine **magnetisch abstossende Kraftsituation** daran, dass es keine gemeinsamen Feldlinien zwischen den sich abstossenden Gegenständen gibt.

- Im Speziellen kenne ich die **Feldlinienbilder** um einen **Stabmagneten**, um einen **Hufeisenmagneten** und um die **Erde**. Diese Feldlinienbilder kann ich rasch skizzieren.

- Ich weiss, dass ich mir Feldlinienbilder **dreidimensional** vorstellen muss, denn das Magnetfeld ist schliesslich ein **Raumgebiet** mit magnetischen Eigenschaften.

- Ich weiss, dass die Feldlinien eines Magnetfeldes stets **geschlossene Kurven** sind. Bei Permanentmagneten und magnetisierbaren Gegenständen führen die Feldlinien im Innern von einem Süd- zu einem Nordpol.

Abbildung 7.2: Die Magnaprobe – ein kleines, im dreidimensionalen Raum frei drehbares Stabmagnetchen. Dieser 3D-Mini-Kompass ist das richtige Instrument zur Ermittlung der Richtung eines Magnetfeldes!

7.2 Einführung des Feldbegriffes

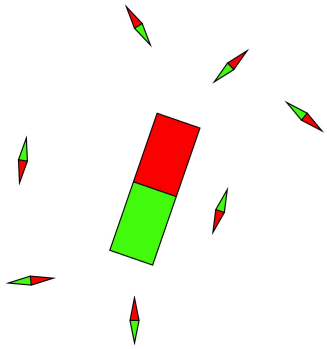

Abbildung 7.3: Kompassnadeln richten sich in der Nähe eines grösseren Magneten aus.

Kompassnadeln richten sich in der Nähe eines grösseren Magneten aus (vgl. Abb. 7.3). Klar: zwischen den gleichnamigen Polen des grossen Magneten und einer Kompassnadel herrscht Abstossung und zwischen den ungleichnamigen Polen Anziehung. Je nach Distanz zwischen den Polen sind diese Kräfte stärker oder schwächer – und so lässt sich die Ausrichtung der Kompassnadeln erklären.[1]

Daneben gibt es aber auch noch ein zweites, durchaus gleichwertiges Konzept, wie die Ausrichtung der Kompassnadeln um den Magneten erklärt werden kann. Es geht um die Idee des **magnetischen Feldes**:

> **Voruberlegung**
>
> *Ein Magnet verändert die magnetischen Eigenschaften des physikalischen Raumes um ihn herum. Er verändert also die "magnetischen Bedingungen" in seiner Umgebung. Diese magnetischen Eigenschaften des Raumes erzeugen dann die Kräfte auf andere Magnete und magnetisierbare Gegenstände.*
>
> **Definition des magnetischen Feldes (= $\vec{B}$-Feld)**
>
> *Ein Raumgebiet mit solchen magnetischen Eigenschaften bezeichnet man als* **magnetisches Feld**, **Magnetfeld** *oder einfach als* **$\vec{B}$-Feld**.

In Abb. 7.3 erzeugt der grosse Magnet um sich das Magnetfeld, in welchem sich dann die einzelnen Kompassnadeln ausrichten.

Weshalb diese "komplizierte" Erklärung, wo man diese Ausrichtung doch auch direkt und irgendwie anschaulicher mit anziehenden und abstossenden magnetischen Kräften zwischen Magnetpolen erklären kann? Antwort: Bald werden wir magnetische Kräfte zwischen Gegenständen untersuchen, an denen gar keine Magnetpole vorhanden sind. Ja, das gibt es! Ein Beispiel dafür ist ein stromdurchflossener Metalldraht.[2] D.h., es gibt Magnetfelder, die eben nicht von den magnetischen Polen eines Permanentmagneten herrühren.

[1] Wir gehen davon aus, dass die Kompassnadeln extrem schwach magnetisch sind, so dass sie sich gegenseitig nicht beeinflussen.

[2] Noch später wird sich herausstellen, dass sich ein sich veränderndes Magnetfeld, gekoppelt an ein sich ebenso veränderndes elektrisches Feld, sogar völlig unabhängig von irgendwelchen Gegenständen im Raum fortbewegen kann. Auf diese Weise erklärt die Elektrizitätslehre nämlich das Phänomen **Licht**. Licht ist eine elektromagnetische Welle, also eben ein mit einem elektrischen Feld gekoppeltes B-Feld, das sich im Raum fortpflanzt.

7.3 Magnetische Feldlinienbilder

Wie ist man eigentich auf die Idee eines Feldes gekommen? Dieses Konzept geht auf den Engländer **Michael Faraday** zurück, welcher die Ausrichtung der Kompassnadeln in Abb. 7.3 in der ersten Hälfte des 19. Jahrhunderts auf sogenannte Kraftlinien zurückführte. Diese Linien durchziehen den Raum und jede frei drehbare Kompassnadel (= **Magnaprobe**) wird sich **tangential** an ihnen ausrichten. Die Faraday'schen Kraftlinien – wir nennen sie **Feldlinien** – lassen sich in einem Versuch näherungsweise sichtbar machen.

In Abb. 7.3 wurden lediglich sieben Kompassnadeln rund um den grossen Magneten positioniert. Diese Zahl lässt sich ungemein erhöhen, wenn man anstelle einzelner Kompassnadeln **Eisenfeilspäne**, also kleine Eisenstückchen, in die Umgebung des Magneten gibt. Diese werden magnetisiert und dadurch selber zu kleinen Magnetchen, welche sich ausrichten und sich teilweise zu Ketten aneinanderhängen. Diese Ketten verlaufen längs der Feldlinien.

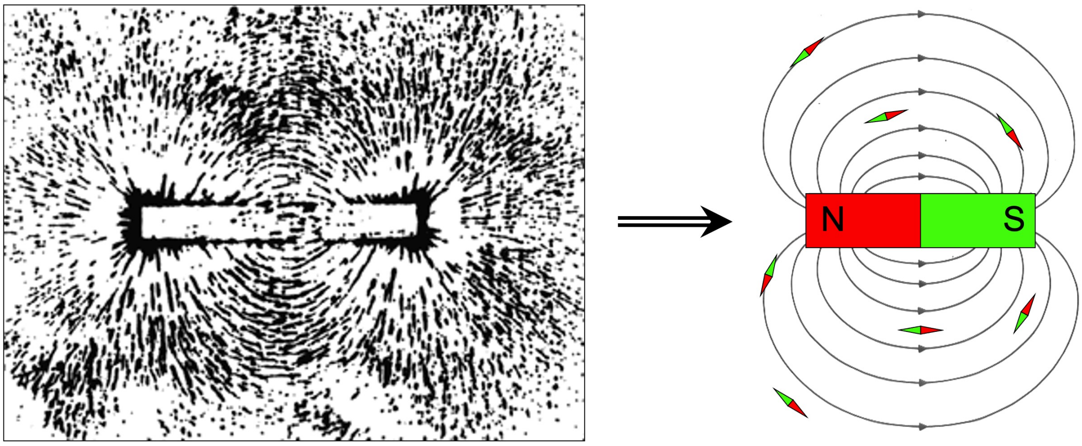

Abbildung 7.4: Links: Eisenfeilspäne um einen Stabmagneten. Die Idee der Feldlinien und der Ursprung des Feldkonzepts werden sichtbar.
Rechts: Das gleiche Magnetfeld im Feldlinienbild. Magnaproben (= kleine Kompassnadeln) richten sich stets tangential zu den Feldlinien aus. Ihr Nordpol definiert die Feldlinienrichtung.

In einem Eisenfeilspanbild wird die "Gestalt" eines Magnetfeldes sichtbar. Allerdings ist so ein Eisenfeilspanbild eher unpraktisch, weil es sich schlecht skizzieren lässt. Man vereinfacht es deshalb und zeichnet nur noch einzelne Linien, welche ausgewählten Eisenfeilspanketten folgen. So gelangt man zu einem **Feldlinienbild**.

Wichtige Anmerkungen zu Feldlinienbildern von Magnetfeldern

- Eine im dreidimensionalen Raum frei drehbare Kompassnadel resp. eben eine **Magnaprobe** (vgl. Abb. 7.2) erlaubt die Richtungsbestimmung des Magnetfeldes. Die Magnaprobe richtet sich stets **tangential** zu den Feldlinien in ihrer Nähe aus. Weiter definieren wir:

> **Definition der Magnetfeld- resp. Feldlinienrichtung**
>
> *Jede Feldlinie wird mit einem Richtungspfeil versehen. Diese* **Magnetfeld-** *oder* **Feldlinienrichtung** *ist an jedem Ort gegeben durch die Richtung, in welche die Nordspitze einer Magnaprobe dort zeigt.*

- Die **Feldliniendichte** gibt Auskunft über die **Stärke des Magnetfeldes**. Z.B. wird so ersichtlich, dass das Magnetfeld an den Polen eines Magneten am stärksten ist.

- Ein Magnetfeld, welches überall gleich stark ist und in die gleiche Richtung zeigt, bezeichnet man als **homogenes Feld** ($\Rightarrow$ parallele Feldlinien mit konstanter Feldliniendichte).

- Wird das Magnetfeld durch mehrere Magneten oder auch magnetsierbare Gegenstände erzeugt, so entsteht ein kombiniertes Feldlinienbild um alle Gegenstände. Die Richtung der Feldlinien und damit das Aussehen des Feldlinienbildes lässt sich aber immer noch mit einer Kompassnadel austesten.

  Die Hinzugabe oder Wegnahme eines Magneten oder magnetisierbaren Gegenstandes verändert das Magnetfeld und damit auch sein Feldlinienbild.[3]

- Ziehen sich zwei Gegenstände aufgrund einer magnetischen Kraftwirkung an, so verlaufen die Feldlinien des gemeinsam gebildeten Magnetfeldes vom einen zum anderen Gegenstand und umgekehrt. Stossen sich zwei Gegenstände ab, so haben sie kaum gemeinsame Feldlinien. Die Feldlinien "drücken sich voneinander weg".

- Feldlinienbilder muss man sich eigentlich **dreidimensional** vorstellen. Das Magnetfeld besteht ja nicht nur in der Ebene, in welche die Eisenfeilspäne gestreut wurden.

- Abb. 7.5 zeigt das typische Feldlinienbild eines Hufeisenmagneten. Speziell daran ist, dass das B-Feld in seinem Innenraum in guter Näherung homogen ist.

- Abb. 7.6 zeigt das Magnetfeld der Erde in einem Querschnitt. Man erkennt deutlich, dass die Feldlinien auf der Höhe von Europa nicht parallel zur Erdoberfläche verlaufen, sondern bereits relativ steil in den Boden hineinstechen.

  Kompassnadeln, die sich auch vertikal frei ausrichten können, zeigen deshalb mit ihrem Nordpol nach Norden, aber gleichzeitig auch steil nach unten.

- Magnetfeldlinien verlaufen ausserhalb im Aussenraum von Permanentmagneten oder magnetisierbaren Gegenständen stets von Nord- zu Südpolen.

  Das Magnetfeld existiert aber auch im Innern dieser Gegenstände und verläuft dort umgekehrt vom Süd- zum Nordpol. Tatsächlich gilt:

  Sämtliche Feldlinien von Magnetfeldern sind geschlossene Kurven. Die Feldlinien von Permanentmagneten schliessen sich also im Innern der Gegenstände!

  Diese Feststellung ist im Einklang mit der **Nichtexistenz magnetischer Monopole.**

  Abb. 7.7 zeigt die Feldlinien im Innern eines Stabmagneten. Auch dort dürfen sie sich nicht schneiden.

- Wie du an der Schreibweise $\vec{B}$ bemerkt hast, ist das Magnetfeld ein sogenanntes **Vektorfeld**. Das bedeutet, jedem Ort $\vec{r}$ im Raum kann ein Vektor $\vec{B}(\vec{r})$ ("B von r") zugeordnet werden. Dessen Betrag B steht für die Stärke des Magnetfeldes an diesem Ort und seine Richtung steht offensichtlich für die dortige Magnetfeldrichtung.

  Wir werden nur selten mit dem Magnetfeld als mathematischer Vektor $\vec{B}$ arbeiten. Viel häufiger unterscheiden wir einfach zwischen der Richtung und dem Betrag des Magnetfeldes. In den meisten Rechnungen verwenden wir also nur den Betrag B.

[3] Eine Magnetnadel verhält sich ja auch anders, wenn ein weiterer Magnet in ihre Nähe gebracht wird.
Aus diesem Grund müssen übrigens die Kompassnadeln, mit welchen wir ein Feld austesten, selber möglichst schwach sein. Sonst würden sie ja das Feld selber deutlich verändern.

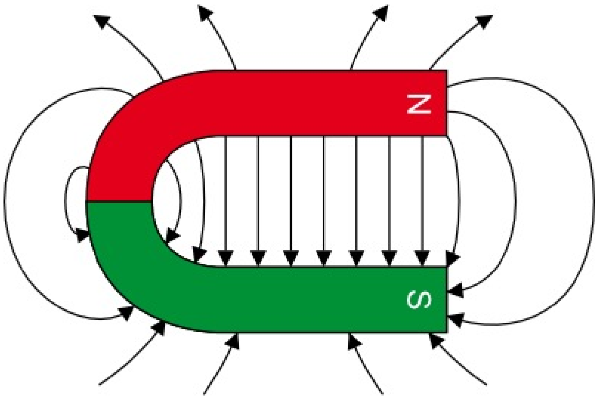

Abbildung 7.5: Das Feldlinienbild eines Hufeisenmagneten. Das Feld im Innenraum des Hufeisenmagneten ist in guter Näherung homogen.

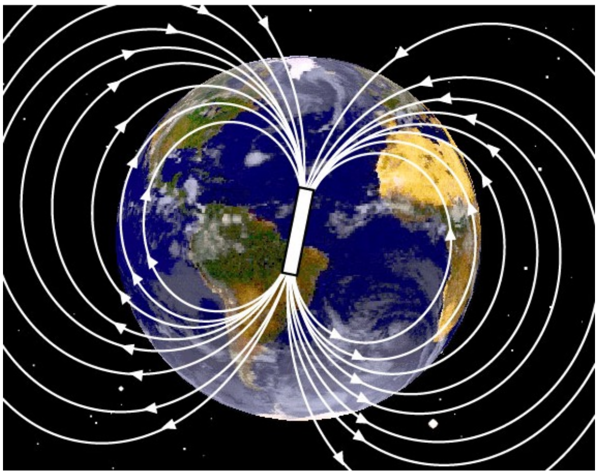

Abbildung 7.6: Das Erdmagnetfeld. Die Feldlinien verlaufen vom geographischen Süden in den geographischen Norden.

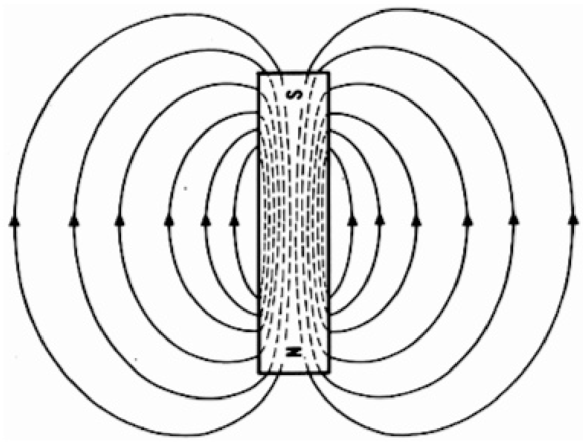

Abbildung 7.7: Die Feldlinien schliessen sich im Innern des Stabmagneten. Dort führt das Magnetfeld – anders als im Aussenraum – vom Süd- zum Nordpol.

Kapitel 8

Oersteds Erkenntnis: Ströme erzeugen Magnetfelder

Im Jahre 1819 beobachtete der dänische Physiker **Hans Christian Oersted** (vgl. Abb. 8.1), dass sich Kompassnadeln ausrichten, wenn in ihrer Nähe ein elektrischer Strom fliesst. Dies war der erste Anhaltspunkt für einen fundamentalen Zusammenhang zwischen Elektrizität und Magnetismus. Oersted folgerte sofort, dass elektrische Ströme eine Ursache für das Auftreten von Magnetfeldern sind. Jeder elektrische Strom erzeugt in seiner Umgebung ein Magnetfeld.

Oersteds Entdeckung war der Auslöser für eine rasende Entwicklung in allen europäischen Forschungslabors der damaligen Zeit. Sie führt dazu, dass die klassische Elektrizitätslehre nur gerade 50 Jahre später komplett formuliert und vorläufig abgeschlossen war.

8.1 Lernziele zum Kapitel 8

- Ich weiss, dass die Feldstärke eines Magnetfeldes als **magnetische Flussdichte** $\vec{B}$ bezeichnet wird, dass die SI-Einheit dazu das **Tesla** T ist, und dass ihr Wert innerhalb eines Magnetfeldes von Ort zu Ort variiert, wenn dieses nicht homogen ist.

- Ich kenne den ungefähren Wert der Flussdichte der **Horizontalkomponente des Erdmagnetfeldes** in Zürich, nämlich $B_{\mathrm{Erde,horizontal}} \approx 20\,\mu\mathrm{T}$.

- Ich kann die Richtung des Magnetfeldes um stromdurchflossene Leiteranordnungen mit Hilfe der **Rechten-Hand-Regel (RHR)** ermitteln und umgekehrt bei bekannter Magnetfeldrichtung auf die Stromrichtung zurückschliessen.

- Ich weiss, dass der Betrag einer durch einen Strom hervorgerufenen **magnetischen Flussdichte $\vec{B}$ stets proportional zur Stromstärke I** ist.

- Ich weiss, dass die **Berechnung der magnetischen Flussdichte $\vec{B}$ aus der Stromstärke I im Allgemeinen kompliziert** ist, dass sie sich aber bei geometrisch einfachen Anordnungen auf relativ einfache Formeln reduziert.

- In den folgenden Fällen kann ich den formalen Zusammenhang zwischen Stromstärke I und magnetischer Flussdichte B anwenden: bei **langen, geraden Drähten** (8.1), bei **Schlaufen** und **Spulen** (8.2), sowie bei **Helmholtz-Spulenpaaren** (8.3).

- Ohne lange zu überlegen kann ich das **Feldlinienbild um einen langen, geraden Draht** zeichnen. Es besteht aus **konzentrischen Kreisen** rund um den stromführenden Draht.

- Als spezielles Feldlinienbild ist mir zudem das **Dipolfeld** ein Begriff. Ich weiss, dass sowohl **Stabmagnete**, wie auch **Schlaufen** und **Spulen** diesen Feldtyp erzeugen.
- Ich weiss, dass im Innern eines **Helmholtz-Spulenpaares** ein **homogenes Magnetfeld** vorhanden ist, weshalb solche Spulenpaare für Experimente besonders wichtig sind.

8.2 Die magnetische Flussdichte $\vec{B}$

Magnetfelder sind in der Regel inhomogen. D.h., ein Magnetfeld ist von Ort zu Ort verschieden stark und verschieden ausgerichtet. So gibt es an jedem Ort $\vec{r}$ einen Vektor $\vec{B}(\vec{r})$, dessen Richtung für die Richtung des Magnetfeldes steht und dessen Betrag $B = |\vec{B}|$ die Stärke des Magnetfeldes beschreibt. Aus historischen Gründen wird $\vec{B}$ als **magnetische Flussdichte** bezeichnet. Wir werden aber oft auch einfach von der **magnetischen Feldstärke** $\vec{B}$ sprechen.

Im Feldlinienbild entsprechen verschieden starke Feldstärken unterschiedlichen Feldliniendichten. Z.B. sieht man im Feldlinienbild um einen Stabmagneten sehr schön, dass das Feld in der Nähe der Pole am stärksten ist (vgl. Abb. 7.4 auf Seite 55).

Erst nach der Behandlung der Lorentzkraft in Kapitel 9 können wir nachvollziehen, wie man diese Flussdichte definiert (vgl. Anhang D). Im Moment müssen wir vor allem wissen, wie man sie angibt. Die zugehörige SI-Grundeinheit wurde nach dem kroatischen Physiker, Elektroingenieur und Erfinder **Nikola Tesla** (Abb. 8.1) benannt:

$$[\,B\,] = \text{Tesla} = \text{T}$$

Hier ein paar typische Werte magnetischer Flussdichten als Referenz:[1]

Quelle/Ort	Feldstärke B
Horizontalkomponente des Erdmagnetfeldes (Zürich)	$21.3\,\mu\text{T}$
Stärkste Magnete und Spulen im Schulzimmer	bis einige $10\,\text{mT}$
Magnet-Resonanz-Imaging (MRI) Zürich (ETH/Unispital)	bis $7\,\text{T}$
CERN, Large Hadron Collider (LHC), ab 2008	bis $9\,\text{T}$
Stärkstes künstliches Magnetfeld (auf sehr kleinem Raum!)	$34\,\text{kT}$
In einem typischen Sonnenflecken	bis $0.25\,\text{T}$
Magnetfeld eines typischen Neutronensterns	ca. $10^{8}\,\text{T}$
Magnetar (Neutronenstern mit extrem starken Magnetfeld)	ca. $10^{11}\,\text{T}$

[1]Das Tesla ist eine relativ grosse Einheit. Die meisten alltäglichen magnetischen Flussdichten sind deutlich kleiner als ein Tesla. Deshalb wird oft eine ältere und und eben kleinere Einheit, das **Gauss**, verwendet.

Diese Einheit geht auf **Carl Friedrich Gauss** (Abb. 8.1) zurück. Er ist zwar eher bekannt für seine diversen mathematischen Arbeiten, aber auch auf dem Gebiet der Physik war er erfolgreich tätig. Z.B. erfand er 1833 die erste Form der Telegraphie über eine Drahtleitung. Es gilt:

$$1\,\text{Gauss} := 10^{-4}\,\text{Tesla}$$

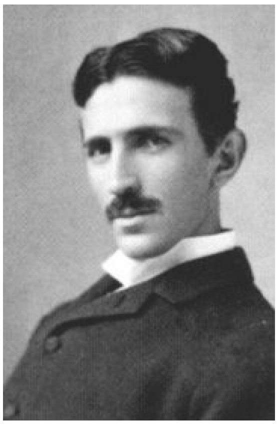

Abbildung 8.1: Hans Christian Oersted (1777 – 1851), Carl Friedrich Gauss (1777 – 1855) und Nikola Tesla (1856 – 1943).

8.3 Die Rechte-Hand-Regel (RHR)

Oersted selbst untersuchte das magnetische Feld um einen langen geraden elektrischen Leiter. Es wird ein Magnetfeld erzeugt, dessen Feldlinien den Leiter ringförmig umgeben (Abb. 8.2). Dabei gilt:

> **Rechte-Hand-Regel (RHR)**
> *Umfasst die rechte Hand den stromdurchflossenen Leiter und zeigt der Daumen in die Richtung des elektrischen Stromes, so weisen die gekrümmten Finger in die Feldlinienrichtung des Magnetfeldes.*

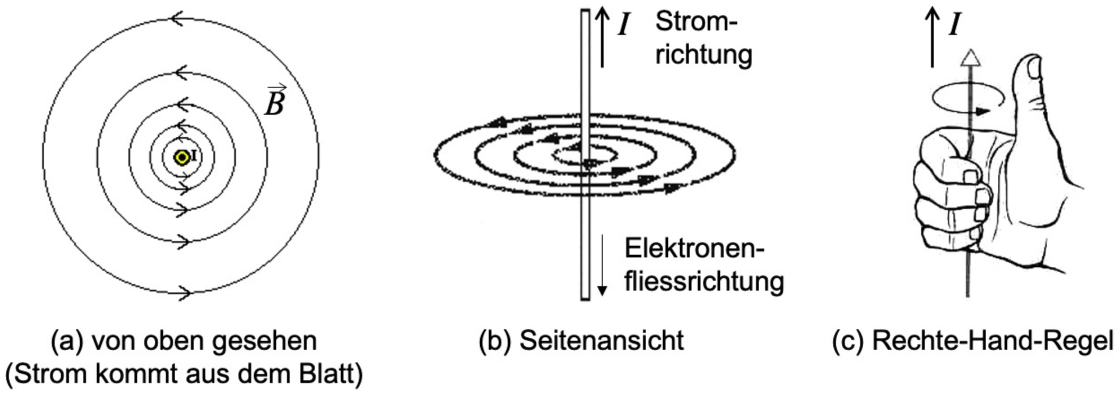

Abbildung 8.2: Das Magnetfeld um einen langen geraden stromdurchflossenen Leiter.
(a) und (b): Die Magnetfeldlinien sind konzentrische Kreise um den Leiter.
(c): Mit der RHR lässt sich aus der Stromrichtung die Feldlinienrichtung bestimmen.

8.4 Flussdichten um verschiedene Leiteranordnungen

Wenn wir von **Leiteranordnungen** sprechen, so meinen wir Drähte, Spulen, Kombinationen von Spulen, etc. – im Prinzip beliebig komplizierte Anordnungen elektrischer Leiter. Fliesst Strom durch eine solche Leiteranordnung, so wird ein Magnetfeld erzeugt, welches je nach Ort verschieden gerichtet und verschieden stark ist:

- **Ausrichtung:** Die Richtung des Magnetfeldes um einen stromdurchflossenen Leiter lässt sich qualitativ mit der RHR verstehen (vgl. Abb. 8.2).

- **Flussdichte (Feldstärke):** Die Mathematik, die man an der Hochschule im ersten Studienjahr (Mathematik oder Physik) kennenlernt, erlaubt im Prinzip die Berechnung der Flussdichten bei beliebigen Anordnungen. Wir können uns an dieser Stelle nicht mit dieser Mathematik auseinandersetzen. Vielmehr soll es genügen, drei häufig vorkommende Leiteranordnungen herauszupicken und die zugehörigen Resultate (Formeln (8.1), (8.2) und (8.3)) bei Bedarf einfach anzuwenden.

  Allen Anordnungen ist gemein, dass der Betrag der erzeugten magnetischen Flussdichte B proportional zur Stärke I des fliessenden Stromes ist:

  $$B \sim I$$

  In all diesen Formeln tritt zudem eine neue physikalische Konstante auf, welche eben genau damit zu tun hat, dass wir magnetische Flussdichten aus Strömen berechnen. Es handelt sich um die **magnetische Feldkonstante** μ_0 mit einem universellen Wert von:

  $$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\,\frac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{Am}}$$

Anordnung 1: (Unendlich) langer gerader Draht

Hierbei handelt es sich um die Stromanordnung aus Abb. 8.2 von Seite 60. Die folgende Formel stimmt ganz exakt nur für unendlich lange und unendlich dünne Leiter. Wir machen aber keinen grossen Fehler, solange der Abstand r, für welchen wir die Flussdichte B berechnen möchten, deutlich kleiner ist als die Länge und deutlich grösser als die Dicke des Leiters.

Flussdichte um einen geraden Leiter

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot r} \tag{8.1}$$

B = *Magnetische Flussdichte im Abstand* r *vom Leiter*

I = *Stromstärke im Leiter*

r = *Abstand zum Leiter*

Wie wir der Formel entnehmen, nimmt die Flussdichte mit zunehmendem Abstand vom Leiter ab ($B \sim \frac{1}{r}$).

Anordnung 2: Schlaufen und Spulen

Wie lässt sich bei vorgegebener Stromstärke ein besonders starkes Magnetfeld herstellen? Die Antwort ist klar: die magnetische Flussdichte wird besonders gross, wenn die Leiteranordnung den Strom so führt, dass er an einem bestimmten Ort "mehrfach mithilft" das Feld aufzubauen. Schlaufen resp. Spulen (= Mehrfachschlaufen) sind die perfekte Umsetzung dieser Idee.

Schlaufen und Spulen erzeugen **Dipolfelder** – wie Stabmagnete! Wir können daher einer Schlaufe oder Spule einen Nord- und einen Südpol zuordnen: auf der Seite, wo die Feldlinien herauskommen, besitzen sie ihren magnetischen Nordpol (vgl. Abb. 8.3 oben links).

Flussdichte im Innern einer stromdurchflossenen Spule

$$B = \frac{\mu_0 \cdot N \cdot I}{\sqrt{l^2 + d^2}} \tag{8.2}$$

B = *Magnetische Flussdichte im Spuleninnern*
(ganz exakt eigentlich nur in der Spulenmitte)
N = *Windungszahl* = *Anzahl Windungen der Spule*
l = *Länge der Spule*
d = *Durchmesser der Spule*

Um die Feldstärke in der Mitte einer einzelnen Leiterschlaufe zu ermitteln, muss $N = 1$ und $l = 0$ gesetzt werden.

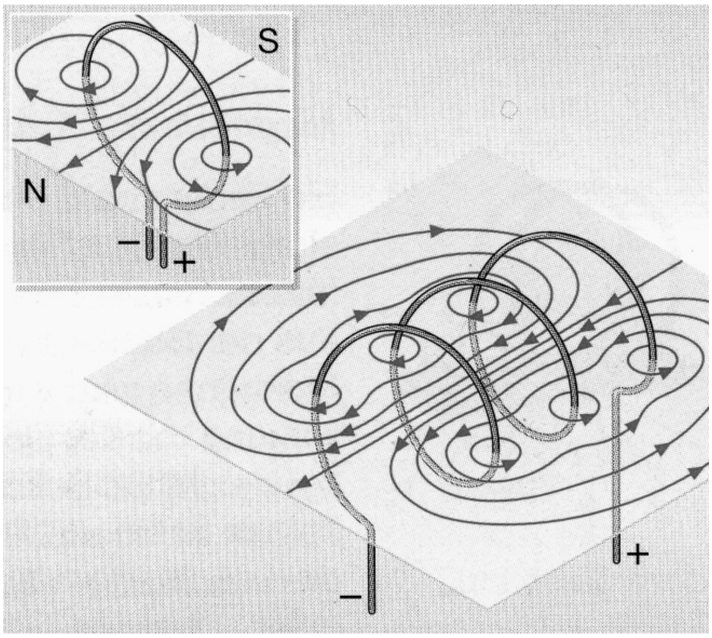

Abbildung 8.3: Das Magnetfeld um eine einzelne Leiterschlaufe (links oben) wird bei einer Spule mehrmals hintereinander erzeugt. Daher ist die Flussdichte in einer Spule proportional zur Windungszahl N. In beiden Fällen ergibt sich im Aussenraum ein typisches Dipolfeld, wie wir es vom Stabmagneten her kennen (vgl. Abb. 7.4 auf Seite 55). Schlaufen und Spulen besitzen also magnetische Pole! Die Richtung der Feldlinien kann man mit der RHR ermitteln, indem man mit dem Daumen den Windungen vom + nach − nachfährt.

Anordnung 3: Das Helmholtz-Spulenpaar

Als weitere spezielle Leiteranordnung sei hier das **Helmholtz-Spulenpaar** angeführt. Dieses ist vor allem für Experimente wichtig, da es in ihrem gut zugänglichen Innenraum ein nahezu **homogenes Magnetfeld** erzeugt, in welchem Versuche aufgebaut werden können.

Das Spezielle an der Helmholtz'schen Spulenanordnung ist, dass der Abstand R zwischen den beiden Spulen gerade so gross ist wie der Radius R einer Spule.

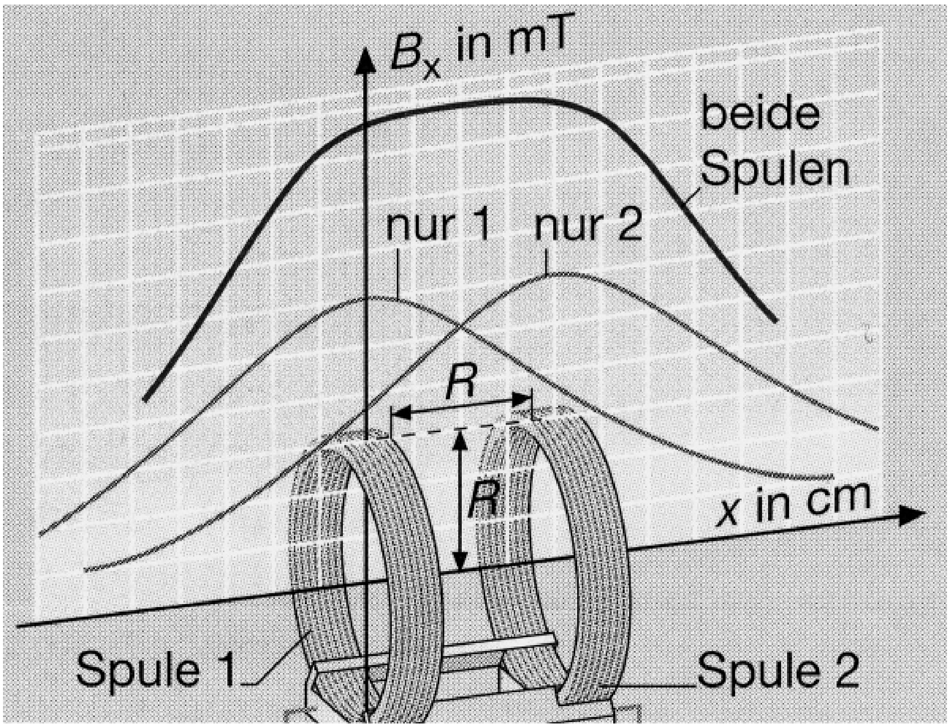

Abbildung 8.4: Bei einem Helmholtz-Spulenpaar werden zwei Spulenringe mit Radius R in eben diesem Abstand R voneinander parallel angeordnet.
Die Graphik zeigt die axialen Verläufe der magnetischen Flussdichten, wenn Spule 1 oder Spule 2 separat betrieben werden. Fliesst durch beide Spulen dieselbe Stromstärke, so ergibt sich die aufsummierte Flussdichte beider Spulen. Diese ist im gesamten Innenraum des Helmoltzspulenpaares praktisch konstant. D.h., es liegt ein in guter Näherung homogenes Feld vor.

Flussdichte in einem Helmholtz-Spulenpaar

$$B = \underbrace{\left(\frac{4}{5}\right)^{\frac{3}{2}}}_{\approx 0.716} \cdot \frac{\mu_0 \cdot N \cdot I}{R} \tag{8.3}$$

B = Magnetische Flussdichte im Innenraum des Spulenpaares
N = Windungszahl einer Spule
R = Abstand und Radius der beiden Spulen

Bei Berechnungen dürfen wir direkt den ungefähren Wert von 0.716 anstelle des exakten Ausdrucks $\left(\frac{4}{5}\right)^{3/2}$ einsetzen.

Kapitel 9

Die Lorentzkraft $\vec{F}_\mathrm{L}$

Im Kapitel 8 wurde gezeigt, wie ein elektrischer Strom in seiner Umgebung ein Magnetfeld erzeugt (Oersted, RHR). Dabei scheint es sich um eine Grundgesetzmässigkeit der Natur zu handeln: sich bewegende elektrische Ladungen haben magnetische Eigenschaften. Warum das so ist, kann die Naturwissenschaft nicht näher begründen. Warum die Naturgesetze gerade so sind, wie sie zu sein scheinen, darauf haben wir letztlich keine Antwort.[1]

In diesem Kapitel wird eine weitere fundamentale Grundgesetzmässigkeit der Elektrizitätslehre vorgestellt:

> *Ein von einem elektrischen Strom durchflossener Leiter erfährt in einem Magnetfeld eine Kraft. Wir bezeichnen sie als* **Lorentzkraft** $\vec{F}_\mathrm{L}$.

Ströme erzeugen also selber Magnetfelder und erfahren umgekehrt in Magnetfeldern auch Kräfte. D.h., zwischen zwei stromdurchflossenen elektrischen Leitern müssen Kraftwirkungen zu beobachten sein: Der eine Leiter erfährt im Magnetfeld des anderen eine Lorentzkraft.

Diese Tatsache zieht das SI, also das metrische Einheitensystem, zur Definition der Stromstärkeneinheit **Ampere** heran: Je stärker die beiden Ströme sind, desto stärker ist die Kraftwirkung zwischen ihnen. Bei einer bestimmten Stärke der Kraft bezeichnet man die Stromstärke als 1 Ampere (vgl. Abschnitt 9.4 auf Seite 68).

9.1 Lernziele zum Kapitel 9

- Ich weiss, welches die **notwendigen Voraussetzungen für eine Lorentzkraft** $\vec{F}_\mathrm{L}$ sind: ein elektrischer Strom erfährt eine Lorentzkraft, wenn er durch ein Magnetfeld fliesst.

- Ich kann die **Drei-Finger-Regel (3FR)** anwenden. D.h., ich kann die Richtungen von Strom, Magnetfeld und Lorentzkraft zueinander in Beziehung setzen und weiss, dass Letztere stets senkrecht zu den beiden anderen steht.

- Ich weiss, dass der **Betrag F_L der Lorentzkraft** durch Gleichung (9.1) gegeben ist und kann diese Beziehung in Berechnungen anwenden. Die darin enthaltenen Abhängigkeiten sind mir bewusst: F_L ist proportional zur Stromstärke I und zur magnetischen Flussdichte B, zudem ist der Winkel φ zwischen Strom- und Magnetfeldrichtung von Bedeutung (für $\varphi = 0°$ verschwindet F_L, für $\varphi = 90°$ ist F_L maximal).

[1] Deshalb muss sich die Naturwissenschaft darauf beschränken, die Funktionsweise der Natur möglichst genau zu beschreiben.

- Ich bin in der Lage, die **Definition des Amperes A**, also der SI-Einheit der elektrischen Stromstärke I, aufgrund der elektromagnetischen Kraftwirkung zwischen zwei parallel verlaufenden Leiter zu erläutern. In diesem Zusammenhang kann ich zudem erklären, weshalb die **magnetische Feldkonstante** den Wert $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\,\frac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{Am}}$ aufweisen muss.

- Mit Hilfe der Lorentzkraft resp. der Drei-Finger-Regel bin ich in der Lage, die **Funktionsweisen** eines **Elektromotors**, eines **Drehspulamperemeters** und eines **dynamischen Lautsprechers** zu erläutern, sowie die abstossende resp. anziehende Kraftwirkung **zwischen zwei parallel** resp. **antiparallel fliessenden Strömen** zu erklären.

9.2 Qualitative Beschreibung der Lorentzkraft

An einer **Leiterschaukel** (Abb. 9.1) lässt sich die sogenannte **Lorentzkraft** $\vec{F}_\mathrm{L}$ leicht beobachten und studieren. Wir halten fest:

> **Wann beobachtet man eine Lorentzkraft?**
>
> *Befindet sich ein* **stromdurchflossener Leiter in einem Magnetfeld***, so erfährt er eine* **Lorentzkraft** $\vec{F}_\mathrm{L}$.

Die Lorentzkraft ist, wie die **Coulombkraft**, eine Kraftart, die an die Materieeigenschaft **"elektrische Ladung"** gekoppelt ist. Die Physik kann die Existenz dieser **fundamentalen Fernwirkungskräfte** nicht erklären, sie kann lediglich beschreiben, wie sie wirken.[2]

Die Drei-Finger-Regel zur Lorentzkraft (3FR)

Die Richtung des technischen Stromes $\vec{I}$, die Richtung des Magnetfeldes $\vec{B}$ und die Richtung der Lorentzkraft $\vec{F}_\mathrm{L}$ bilden ein sogenanntes **Rechtssystem** (Dreibein). Nur der Winkel φ (gr. *phi*) zwischen der Strom- und der Magnetfeldrichtung kann verschieden von $90°$ sein. Diesen Sachverhalt kann man sich anhand der folgenden Regel merken. Er wird in Abb. 9.2 veranschaulicht.

> **Die Drei-Finger-Regel (3FR)**
>
> *Unter Verwendung der* **rechten Hand** *gilt:*
>
> *Zeigt der* **Daumen in Stromrichtung** *und der* **Zeigefinger in die Richtung des Magnetfeldes***, so gibt der senkrecht zu den andern beiden Fingern auszurichtende* **Mittelfinger** *die Richtung der* **Lorentzkraft** $\vec{F}_\mathrm{L}$ *an.*
>
> *Falls die Stromrichtung genau* **parallel** *oder* **antiparallel** *zur Richtung des Magnetfeldes verläuft, verschwindet die Lorentzkraft (Daumen und Zeigefinger parallel resp. antiparallel $\Rightarrow$ Mittelfinger nicht eindeutig ausrichtbar).*
>
> *Kurz: Daumen* $\widehat{=}\ \vec{I}$ *und Zeigefinger* $\widehat{=}\ \vec{B}$ $\Rightarrow$ *Mittelfinger* $\widehat{=}\ \vec{F}_\mathrm{L}$

[2] Bei diesen Fernwirkungskräften braucht es keinen direkten Kontakt zwischen den wechselwirkenden Körpern. Bei der Beschreibung der Kraftvermittlung wird deshalb mit **Feldern** gearbeitet!

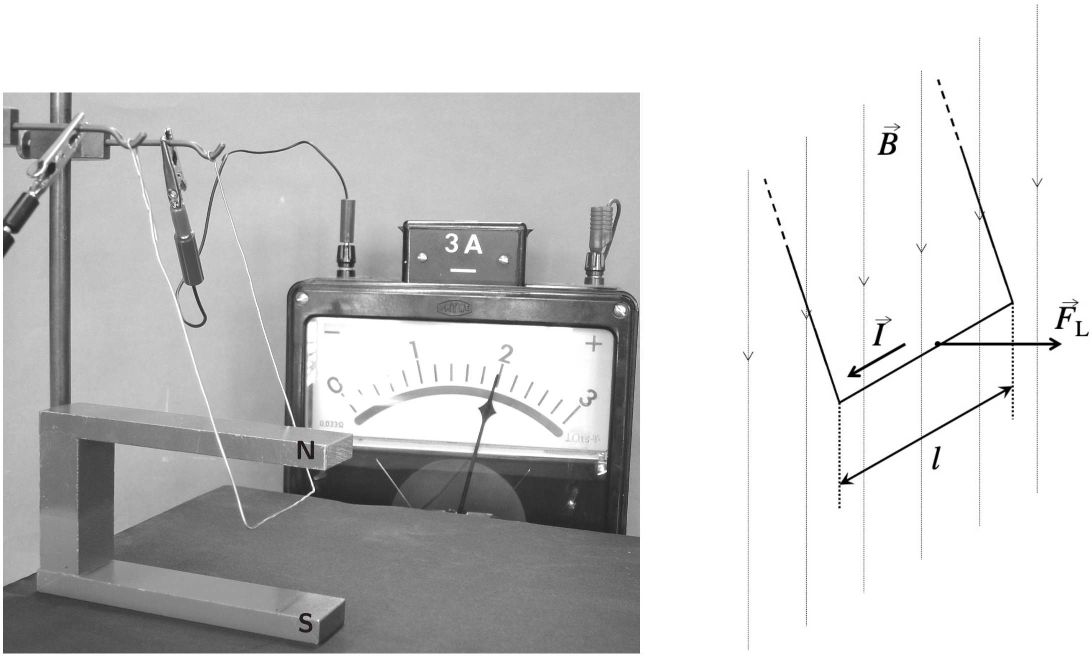

Abbildung 9.1: Die Leiterschaukel erfährt eine Lorentzkraft, welche stets senkrecht zur Stromrichtung und zur Richtung der Feldlinien steht. Der Draht wird nach rechts ausgelenkt.

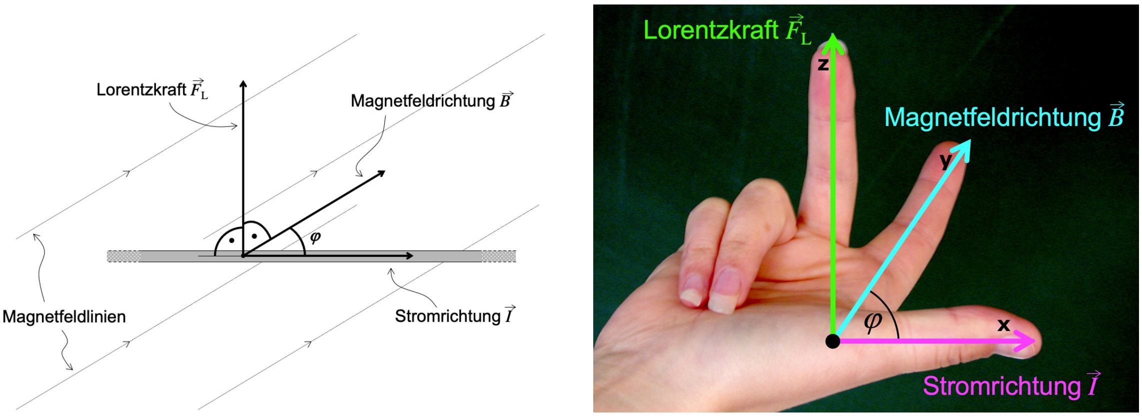

Abbildung 9.2: Die Lorentzkraft $\vec{F}_L$ (Mittelfinger) steht stets senkrecht zur Stromrichtung $\vec{I}$ (Daumen) und zur Richtung des Magnetfeldes $\vec{B}$ (Zeigefinger). Die Vektoren $\vec{I}$ und $\vec{B}$ spannen eine Ebene auf, zu welcher die Lorentzkraft $\vec{F}_L$ stets senkrecht steht.

9.3 Der Betrag der Lorentzkraft

Im vorigen Abschnitt wurde qualitativ erläutert, unter welcher Voraussetzung eine Lorentzkraft auftritt und wie ihre Richtung bestimmt wird. Nun geht es ums Quantitative, also um die Berechnung des Kraftbetrages.

Betrachte nochmals die Leiterschaukel in Abb. 9.1. Ein gerades Drahtstück der Länge l wird in das Magnetfeld (Flussdichte $\vec{B}$) eines Hufeisenmagneten gehalten. Die Feldlinien verlaufen im Innern des Hufeisenmagneten nach unten (Nordpol oben, Südpol unten). Im Draht fliesst die Stromstärke I. Die Stromrichtung verläuft von hinten nach vorne. In dieser Situation erfährt das Drahtstück eine Lorentzkraft $\vec{F}_\mathrm{L}$ nach rechts (3FR). Für den Betrag dieser Kraft gilt:

Betrag der Lorentzkraft auf einen geraden Leiterabschnitt

In einem homogenen Magnetfeld mit Flussdichte B erfährt ein gerader Leiterabschnitt der Länge l, in welchem ein Strom der Stärke I fliesst, die **Lorentzkraft***:*

$$F_\mathrm{L} = I \cdot l \cdot B \cdot \sin\varphi \tag{9.1}$$

Dabei kennzeichnet φ den Winkel zwischen der Stromrichtung und der Richtung des Magnetfeldes.

Anmerkungen zum Betrag der Lorentzkraft

- **Beispiel:** In der Leiterschaukel aus Abb. 9.1 fliesse ein Strom der Stärke $I = 0.30\,\mathrm{A}$. Die untere Seite der Leiterschaukel habe eine Länge von $l = 6.0\,\mathrm{cm} = 0.060\,\mathrm{m}$ und das Magnetfeld des Hufeisenmagneten besitze eine Flussdichte von $B = 180\,\mathrm{mT} = 0.18\,\mathrm{T}$. Da die untere Seite der Leiterschaukel und das Magnetfeld senkrecht zueinander stehen ist $\varphi = 90^\circ$. Für den Betrag der Lorentzkraft folgt damit:

  $$F_\mathrm{L} = I \cdot l \cdot B \cdot \sin\varphi = 0.30\,\mathrm{A} \cdot 0.060\,\mathrm{m} \cdot 0.18\,\mathrm{T} \cdot \underbrace{\sin 90^\circ}_{=1} = 0.0032\,\mathrm{N} = 3.2\,\mathrm{mN}$$

  Die Einheit Tesla ist gerade so zusammengesetzt, dass bei der Multiplikation mit Ampere und Meter die Krafteinheit Newton entsteht (vgl. Anhang D).

- Die Gleichung (9.1) enthält mehrere einleuchtende Proportionalitäten. Der Betrag F_L einer Lorentzkraft ist umso grösser, ...

  ... je stärker der Strom I ist, auf welchen die Lorentzkraft wirkt:

  $$F_\mathrm{L} \sim I$$

  ... je stärker die Flussdichte B des Magnetfeldes ist, welches die Lorentzkraft auf den Strom erzeugt:

  $$F_\mathrm{L} \sim B$$

  ... je länger die Strecke l ist, über welche sich der Strom durch das Magnetfeld bewegt:

  $$F_\mathrm{L} \sim l$$

  Zusammen folgt:

  $$F_\mathrm{L} \sim I \cdot B \cdot l$$

- (9.1) gibt weiter darüber Auskunft, wie Strom- und Magnetfeldrichtung relativ zueinander stehen müssen, damit eine besonders grosse oder eben keine Lorentzkraft entsteht:
  - Sind Strom- und Feldrichtung parallel oder antiparallel ($\varphi = 0°$ oder $\varphi = 180°$), so verschwindet die Lorentzkraft, weil $\sin 0° = \sin 180° = 0$.
  - Stehen die beiden Richtungen hingegen senkrecht zueinander ($\varphi = 90°$), so nimmt die Lorentzkraft ihren maximalen Wert an, weil $\sin 90° = 1$ dem Maximum der Sinusfunktion entspricht.
- Die Lorentzkraft ermöglicht eine klare **Definition der magnetischen Flussdichte B**. Wie das geht, erfährst du ausführlich im Anhang D.
- Wir behandeln Betrag und Richtung der Lorentzkraft in praktisch allen Anwendungen separat. Ersteren mit Formel (9.1), Letzteres mit der 3FR. Mittels des **Vektorproduktes** aus der Vektorgeometrie können beide Aspekte in eine Formel verpackt werden:

$$\vec{F}_\mathrm{L} = I \cdot \left(\vec{l} \times \vec{B}\right) \tag{9.2}$$

  Dabei ist $\vec{l}$ der Vektor, der die Ausrichtung und die Länge des Drahtes beschreibt, durch den der Strom I fliesst. Seine Richtung entspricht der Stromrichtung.

9.4 Die Definition des Amperes

- Elektrische Ströme erzeugen in ihrer Umgebung ein Magnetfeld (vgl. Kap. 8).
- Elektrische Ströme erfahren in Magnetfeldern eine Lorentzkraft F_L.

Die Kombination dieser Gesetze liefert: Ein Strom erfährt in der Gegenwart eines anderen Stromes eine Lorentzkraft. Dies wollen wir uns an einem Beispiel vor Augen führen, das bis vor Kurzem offiziell (d.h. vom SI) dazu benutzt wurde, das **Ampere $\mathbf{A}$**, also die Einheit der Stromstärke, als eine der sieben **Basiseinheiten** zu definieren.

(Alte) Definition der Stromstärkeneinheit Ampere $\mathbf{A}$

Ein **Ampere** $(1\,\mathrm{A})$ *ist die Stärke eines zeitlich unveränderlichen Stromes, der, durch zwei im Vakuum parallel im Abstand $1\,\mathrm{m}$ voneinander angeordnete, unendlich lange Leiter von vernachlässigbar kleinem, kreisförmigem Querschnitt fliessend, zwischen diesen Leitern je $1\,\mathrm{m}$ Länge elektrodynamisch die Kraft $2 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{N}$ hervorrufen würde. (1948 – 2019)*

Abb. 9.3 veranschaulicht diese eher komplizierte Definition. Wir können rechnerisch nachvollziehen, dass sie mit der erarbeiteten Theorie übereinstimmt:

$$F_{\mathrm{L},2} \overset{(9.1)}{=} I_2 \cdot l \cdot B_1 \cdot \sin\varphi \overset{(8.1)}{=} I_2 \cdot l \cdot \underbrace{\frac{\mu_0 \cdot I_1}{2\pi \cdot r}}_{=B_1} \cdot \sin\varphi$$

$$= 1\,\mathrm{A} \cdot 1\,\mathrm{m} \cdot \frac{4\pi \cdot 10^{-7}\,\frac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{Am}} \cdot 1\,\mathrm{A}}{2\pi \cdot 1\,\mathrm{m}} \cdot \underbrace{\sin 90°}_{=1} = 2 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{N}$$

Leiter 2 führt den Strom $I_2 = 1\,\mathrm{A}$. Ein Stück der Länge $l = 1\,\mathrm{m}$ dieses zweiten Leiters erfährt im Magnetfeld des ersten Leiters eine Lorentzkraft $\vec{F}_\mathrm{L}$, deren Betrag durch die Gleichung (9.1) gegeben ist. Abb. 9.3 zeigt, dass der Strom I_2 und das Magnetfeld $\vec{B}_1$ senkrecht zueinander stehen ($\varphi = 90°$). Die magnetische Flussdichte B_1 am Ort des zweiten Leiters erhalten wir aus (8.1). So fliesst auch die Stromstärke $I_1 = 1\,\mathrm{A}$ im ersten Leiter mit ein.

Die Definition der magnetischen Feldkonstante μ_0

Die oben gezeigte Rechnung ist so zwar richtig, verschleiert aber, was hier eigentlich passiert, nämlich eine Definition der magnetischen Feldkonstante μ_0!

Die Amperedefinition legt fest, dass die Stromstärke bei $2 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{N}$ Kraft zwischen den beiden Leitern genau den Wert $1\,\mathrm{A}$ haben soll. Daraus können wir folgern:

$$F_{\mathrm{L},2} = I_2 \cdot l \cdot \frac{\mu_0 \cdot I_1}{2\pi \cdot r} \cdot \sin\varphi = 1\,\mathrm{A} \cdot 1\,\mathrm{m} \cdot \frac{\mu_0 \cdot 1\,\mathrm{A}}{2\pi \cdot 1\,\mathrm{m}} \cdot \underbrace{\sin 90°}_{=1} \stackrel{!}{=} 2 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{N}$$

$$\Rightarrow \quad \mu_0 = \frac{2\pi \cdot 2 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{N}}{1\,\mathrm{A}^2} = 4\pi \cdot 10^{-7}\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{A}^2} = 4\pi \cdot 10^{-7}\,\frac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{Am}}$$

Hier sei kurz Licht in die seltsame Einheitenkombination der Feldkonstante gebracht:

$$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{A}^2} = \frac{\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}}{\mathrm{A}^2\cdot\mathrm{m}} = \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{A}^2\cdot\mathrm{m}} = \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{A}\cdot\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{s}}\cdot\mathrm{m}} = \frac{\mathrm{J}\cdot\mathrm{s}}{\mathrm{A}\cdot\mathrm{C}\cdot\mathrm{m}} = \frac{\mathrm{V}\cdot\mathrm{s}}{\mathrm{A}\cdot\mathrm{m}}$$

Dabei haben wir verwendet, dass...

- $\mathrm{J} = \mathrm{N}\cdot\mathrm{m}$: "Arbeit ist Kraft mal Weg", dass...
- $\mathrm{A} = \frac{\mathrm{C}}{\mathrm{s}}$: "Stromstärke ist Ladung pro Zeit", und schliesslich, dass...
- $\mathrm{V} = \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{C}}$: "Spannung ist Energieumsatz pro Ladung".

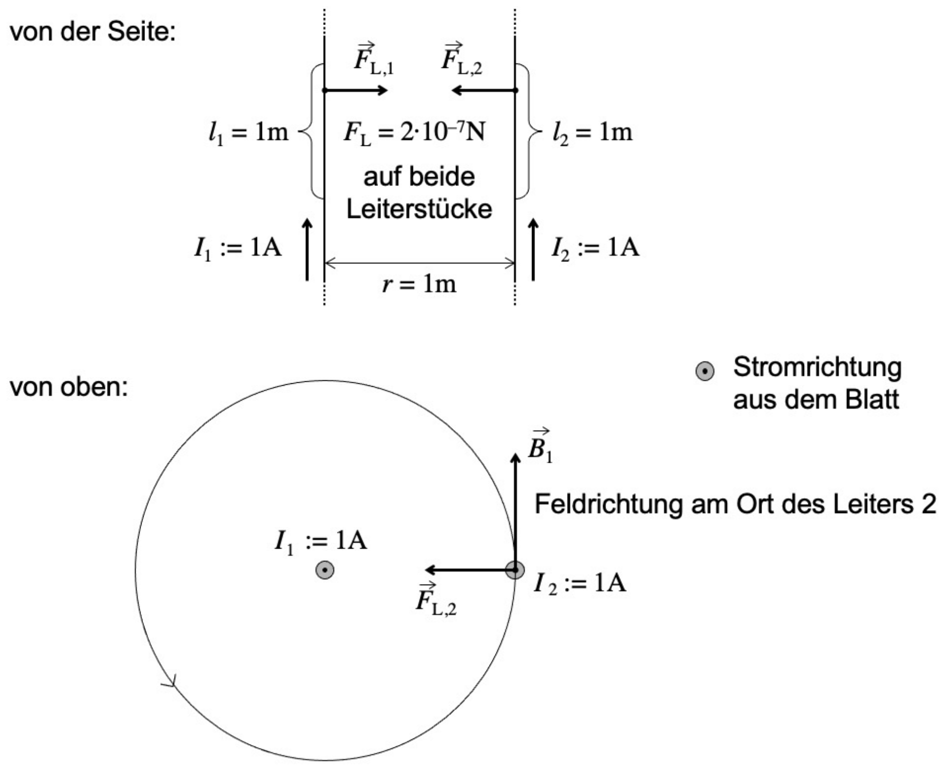

Abbildung 9.3: Die Definition des Amperes: Zwei gerade Drahtabschnitte von je $1\,\mathrm{m}$ Länge erfahren je eine Kraft von $2 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{N}$, wenn in beiden Drähte ein Strom der Stärke $1\,\mathrm{A}$ fliesst.

Kapitel 10

Lorentzkräfte bei einzelnen geladenen Teilchen

10.1 Lernziele zum Kapitel 10

- Ich weiss, dass geladene Teilchen **Lorentzkräfte** $\vec{F}_\mathrm{L}$ erfahren, wenn sie sich durch ein magnetisches Feld bewegen.

- Mir ist klar, dass die Lorentzkraft auf einen elektrischen Strom das **Resultat der Lorentzkräfte auf die sich bewegenden geladenen Teilchen** ist, welche den Strom ausmachen.

- Ich kann die **Drei-Finger-Regel** anwenden, um die Richtung der Lorentzkraft auf ein sich durch ein Magnetfeld bewegendes geladenes Teilchen zu bestimmen. Insbesondere weiss ich diesbezüglich, dass für positiv geladene Teilchen die rechte und für negativ geladene Teilchen die linke Hand zu verwenden ist.

- Mit Hilfe der Gleichung (10.1) kann ich **Berechnungen anstellen**, in welchen der Betrag der Lorentzkraft auf ein geladenes Teilchen eine Rolle spielt.

- Ich weiss, dass bei **gleichförmigen Kreisbewegungen** die resultierende Kraft stets ins Zentrum der Kreisbahn zeigt und dass sie in diesem Fall von Bewegung als **Zentripetalkraft** bezeichnet wird.

- Umgekehrt ist mir bewusst, dass ein Gegenstand oder Teilchen gleichmässig eine Kreisbahn abfährt, wenn die einzige darauf wirkende Kraft stets senkrecht zu seiner Bewegungsrichtung steht.

  Insbesondere führe ich diese Begründung an, um die **Kreisbahn elektrisch geladener Teilchen in Magnetfeldern zu erklären**, wenn neben der Lorentzkraft keine resp. nur vernachlässigbare andere Kräfte wirken.

- Durch die Kombination der Gleichungen (10.1) und (10.4) kann ich **Berechnungen zu den Kreisbahnen geladener Teilchen in Magnetfeldern anstellen**.

- Ich bin in der Lage, ein paar **Phänomene** resp. **technische Anwendungen** zu nennen und zu erklären, bei welchen die Lorentzkraft auf geladene Teilchen in Magnetfeldern von zentraler Bedeutung ist. Beispiele sind das **Polarlicht**, das **Fadenstrahlrohr**, die **Massenspektroskopie** oder Magnetfeldsonden, die mit dem **Hall-Effekt** arbeiten.

10.2 Lorentzkräfte auf geladene Teilchen in Magnetfeldern

Im Kapitel 9 wurde die Lorentzkraft auf einen elektrischen Strom in einem Magnetfeld beschrieben. Im Mikroskopischen ist ein solcher Strom aber nichts anderes als eine Kollektivbewegung geladener Teilchen, in einem Metalldraht z.B. die gemeinsame Driftbewegung der **Leitungselektronen**.

Daraus folgern wir: Wenn der vom Strom durchflossene Leiter als Ganzes eine Lorentzkraft erfährt, so muss im Mikroskopischen bereits auf jedes einzelne geladene Teilchen, welches sich da bewegt, eine solche Kraft wirken!

Die Lorentzkraft, welche auf einen elektrischen Strom wirkt, ist die Summe über die Lorentzkräfte, die auf die einzelnen geladenen Teilchen wirken, welche diesen Strom ausmachen.

Mit Hilfe dieser überlegung lässt sich die Lorentzkraft auf ein einzelnes solches Teilchen aus der Kraft auf den Strom herleiten:

1. Strom ist definiert als "Ladung pro Zeitabschnitt": $I = \frac{Q}{\Delta t}$.
2. Der Strom in einem Leiter setzt sich aus der Bewegung vieler (N) einzelner Teilchen mit Ladung q zusammen: $Q = N \cdot q$.
3. Mit 1. und 2. können wir die Lorentzkraft auf den Leiter neu schreiben als:
$$F_\mathrm{L} = I \cdot l \cdot B \cdot \sin\varphi = \frac{Q \cdot l \cdot B \cdot \sin\varphi}{\Delta t} = N \cdot \underbrace{\frac{q \cdot l \cdot B \cdot \sin\varphi}{\Delta t}}_{\text{Kraft auf 1 Teilchen}}$$
4. Dabei ist $\frac{l}{\Delta t}$ gerade die (mittlere) Geschwindigkeit v eines einzelnen Teilchens im Leiter und es folgt:

Der Betrag der Lorentzkraft auf ein geladenes Teilchen

In einem homogenen Magnetfeld mit Flussdichte B erfährt ein Teilchen mit Ladungsbetrag q und Geschwindigkeit v eine Lorentzkraft F_L mit Betrag:

$$F_\mathrm{L} = q \cdot v \cdot B \cdot \sin\varphi \tag{10.1}$$

φ ist der Winkel zwischen der Bewegungsrichtung des Teilchens und der Richtung des Magnetfeldes.

Ist das Teilchen einfach geladen ($q = e$, z.B. Elektronen, Protonen oder einfach ionisierte Atome oder Moleküle) und bewegt es sich senkrecht zur Feldlinienrichtung ($\varphi = 90°$), so vereinfacht sich (10.1) zu:

$$F_\mathrm{L} = e \cdot v \cdot B \tag{10.2}$$

Wie schon (9.1) in (9.2), so lässt sich auch (10.1) mittels Vektorprodukt kompakt formulieren, sodass die Formel Betrag und Richtung enthält:

$$\vec{F}_\mathrm{L} = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B}) \tag{10.3}$$

Die Frage nach der Richtung der Lorentzkraft $\vec{F}_\mathrm{L}$ behandeln wir immer noch losgelöst vom Betrag mithilfe der Drei-Finger-Regel (3FR):

Die Drei-Finger-Regel (3FR) bei geladenen Teilchen

Bei **positiv** *geladenen Teilchen ist die* **rechte Hand**, *bei* **negativ** *geladenen Teilchen hingegen die* **linke Hand** *zu verwenden.*

Zeigt der Daumen in die Bewegungsrichtung $\vec{v}$ des Teilchens und der Zeigefinger in die Richtung des Magnetfeldes $\vec{B}$, so zeigt der senkrecht zu diesem beiden Fingern ausgerichtete Mittelfinger die Richtung der auf das Teilchen wirkenden Lorentzkraft $\vec{F}_\mathrm{L}$ an.

10.3 Kreisbewegung – eine kurze Repetition der Mechanik

Mit der **resultierenden Kraft** F_res meint man in der Newton'schen Mechanik die Zusammenfassung aller auf einen Körper wirkenden Kräfte zu einer einzigen Kraft via **Vektoraddition** (Aneinanderhängen der Kraftpfeile). Wirkt nur eine einzige Kraft auf den Körper, so ist die resultierende Kraft gerade gleich dieser Kraft.

Bei Kreisbewegungen lässt sich über diese resultierende Kraft Folgendes sagen:

Kreisbewegung $\Rightarrow$ Zentripetalkraft

Beschreibt ein Körper der Masse m eine gleichförmige Kreisbewegung mit Radius r und Geschwindigkeitsbetrag v, so steht die resultierende Kraft $\vec{F}_\mathrm{res}$ stets senkrecht zur momentanen Bewegungsrichtung $\vec{v}$ und zeigt zum Mittelpunkt der Kreisbahn. In diesem Fall geben wir der resultierenden Kraft den neuen Namen **Zentripetalkraft** *$\vec{F}_\mathrm{Z}$. Sie beträgt:*

$$F_\mathrm{Z} = \frac{m \cdot v^2}{r} \tag{10.4}$$

Zentripetalkraft $\Rightarrow$ Kreisbewegung

Umgekehrt gilt: Steht die auf einen Körper wirkende resultierende Kraft $\vec{F}_\mathrm{res}$ stets senkrecht zur momentanen Bewegungsrichtung, so handelt es sich um eine Zentripetalkraft $\vec{F}_\mathrm{Z}$ und der Körper beschreibt eine Kreisbahn, welche der Gleichung (10.4) gehorcht.

Die Veranschaulichung dieser Zusammenhänge sehen wir in Abb. 10.1 auf der folgenden Seite.

Gleichung (10.4) enthält mehrere durchaus einleuchtende Zusammenhänge: Es braucht mehr Kraft, um einen Körper auf seiner Kreisbahn zu halten, ...

... je mehr Masse dieser Körper aufweist $\Rightarrow$ $F_\mathrm{Z} \sim m$,

... je schneller seine Bahngeschwindigkeit ist $\Rightarrow$ $F_\mathrm{Z} \sim v^2$, und

... je kleiner der Bahnradius ist $\Rightarrow$ $F_\mathrm{Z} \sim \frac{1}{r}$.

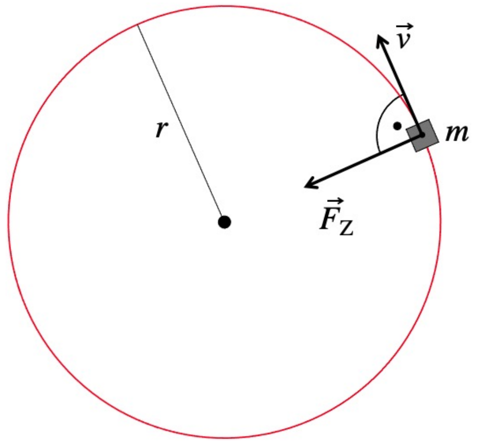

Abbildung 10.1: Bei gleichförmigen Kreisbewegunen nennt man die resultierende Kraft $\vec{F}_{\mathrm{res}}$ auch Zentripetalkraft $\vec{F}_{\mathrm{Z}}$. Sie steht stets senkrecht zur momentanen Bewegungsrichtung $\vec{v}$.

10.4 Kreisbewegungen elektrisch geladener Teilchen

Die auf ein Teilchen wirkende Lorentzkraft $\vec{F}_{\mathrm{L}}$ steht stets senkrecht zu dessen Bewegungsrichtung. Ihr Betrag ist in der Regel um ein Vielfaches grösser als derjenige der Gewichtskraft $\vec{F}_{\mathrm{G}}$, die deshalb vernachlässigt werden darf.[1] Dadurch wird $\vec{F}_{\mathrm{L}}$ in vielen Fällen zur einzigen relevanten und somit zur resultierenden Kraft resp. zur Zentripetalkraft $\vec{F}_{\mathrm{Z}}$, welche das Teilchen auf eine Kreisbahn zwingt.

Betrachten wir ein einfach geladenes Teilchen ($q = e$) in einem Magnetfeld mit Flussdichte B, so folgt dafür aus den Gleichungen (10.2) und (10.4):

$$\begin{aligned} & F_{\mathrm{L}} = F_{\mathrm{Z}} && \quad \mid \text{Formeln einsetzen} \\ \Rightarrow \quad & e \cdot v \cdot B = \frac{m \cdot v^2}{r} && \quad \mid : (v \cdot B \cdot m) \\ \Leftrightarrow \quad & \frac{e}{m} = \frac{v}{r \cdot B} && \end{aligned}$$

Für Teilchen mit beliebiger Ladung q können wir schreiben:

$$\frac{q}{m} = \frac{v}{r \cdot B} \tag{10.5}$$

Den Bruch $\frac{q}{m}$ auf der linken Seite dieser Gleichung bezeichnet man als die **spezifische Ladung** des Teilchens. "Spezifisch", weil die **Ladung pro Masse** angegeben wird.

[1] Eine quantitative Veranschaulichung: Ein Proton ist einfach positiv geladen und besitzt eine Masse von $1.672 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg}$. Es soll durch eine Spannung von $5\,\mathrm{V}$ beschleunigt worden sein. Bereits diese Spannung beschleunigt das Proton auf eine Geschwindigkeit von knapp $31\,000\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ (für Elementarteilchen nicht besonders gross). Das Proton soll senkrecht zum Erdmagnetfeld ($B \approx 50\,\mu\mathrm{T}$) fliegen. dann beträgt die Lorentzkraft:

$$F_{\mathrm{L}} = e \cdot v \cdot B = 1.602 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C} \cdot 31\,000\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 50 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{T} = 2.5 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{N}$$

Dies scheint ein sehr geringer Kraftbetrag zu sein. Allerdings muss man sich verdeutlichen, dass F_{G} hier an der Erdoberfläche (Ortsfaktor $g = 9.81\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}}$) noch einmal um mehr als einen Faktor 10^7 kleiner ist:

$$F_{\mathrm{G}} = m \cdot g = 1.672 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg} \cdot 9.81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} = 1.6 \cdot 10^{-26}\,\mathrm{N}$$

Bei höheren Teilchengeschwindigkeiten, leichteren Teilchen, wie z.B. Elektronen, und stärkeren Magnetfeldern als dasjenige der Erde, fällt das Verhältnis $F_{\mathrm{L}} : F_{\mathrm{G}}$ noch deutlicher zugunsten der Lorentzkraft aus.

10.5 Ein kurzer historischer Exkurs zur spezifischen Ladung

Versetzen wir uns physikhistorisch ins Jahr 1900. Damals war gerade entdeckt worden, dass es sich bei den sogenannten **Kathodenstrahlen** tatsächlich um eine aus vielen einzelnen, geladenen Teilchen bestehende Strahlung handelt. Diesen Teilchen hatte man den Namen **Elektronen** gegeben. Von einem Elektron kannte man allerdings weder die Masse, noch die elektrische Ladung. Beide Grössen waren nicht direkt einzeln erfassbar, weil sie für die damalige Messtechnik viel zu klein waren.[2]

Wohl aber konnte man die spezifische Ladung, also das Verhältnis aus Ladung und Masse, ermitteln! Und zwar geschah dies mit der eben hergeleiteten Gleichung (10.5). Alle Grössen auf der rechten Seite waren nämlich erfassbar: Durch geschickte Anordnungen konnte man die Teilchengeschwindigkeit v vorgeben, ebenso die Stärke B des Magnetfeldes, und schliesslich konnte durch Messung des Kreisradius r der Teilchenbahn auf $\frac{q}{m}$ geschlossen werden.

Die spezifische Ladung blieb für längere Zeit die einzige Angabe, welche man über die Elektronen machen konnte. Als man dann andere Teilchen entdeckte, z.B. die doppelt geladenen, aber viel schwereren Helium-Kerne, die sogenannten α-Teilchen in der radioaktiven Strahlung, sah man insbesondere dieser spezifischen Ladung $\frac{q}{m}$ an, dass es sich dabei um eine ganz andere Teilchensorte handeln musste.[3]

10.6 Massenspektroskopie, Fadenstrahlrohr und Polarlicht

Die in Gleichung (10.5) auftauchende Geschwindigkeit v steht nur für denjenigen Anteil der Geschwindigkeit, welcher senkrecht zu den Feldlinien des Magnetfeldes steht.

Im Allgemeinen handelt es sich bei der Teilchenbahn nicht um eine Kreis-, sondern um eine **Spiralbahn**, wenn das Teilchen nicht genau senkrecht zu den Feldlinien ins Magnetfeld dringt. Dann erzeugt der Senkrecht-Anteil der Geschwindigkeit die Kreisbahn, während der parallele Anteil dafür sorgt, dass das Teilchen zusätzlich längs der Feldlinien unterwegs ist. Beide Bewegungen kombiniert ergeben eine Spiralbahn entlang der Feldlinien.

Diese Theorie der Kreisbewegung elektrisch geladener Teilchen in Magnetfeldern erklärt beispielsweise das Phänomen des **Polarlichts**: Die Sonne stösst fortlaufend schnelle Elektronen und Protonen aus (**Sonnenwind**). Einige davon fliegen in Richtung Erde, begeben sich allerdings auf eine Spiralbahn, wenn sie auf das Erdmagnetfeld treffen. Dieses führt die Teilchen längs der Feldlinien zu den Polarregionen, wo sie in die Atmosphäre eintreten. Trifft ein Elektron dort auf ein Gasteilchen, so gibt es einen Teil seiner Energie ab, was das Gasteilchen zum Leuchten anregt – und dieses Leuchten ist das Polarlicht.

Das Polarlicht kann im Kleinen reproduziert werden. Dazu beschleunigt man Elektronen über eine elektrische Spannung in einem mit nur wenig Gas gefüllten Behälter. Diese Anordnung nennt man ein **Fadenstrahlrohr** (vgl. Abb. 10.3). Wie in den Polarregionen treffen auch hier die Elektronen auf die Gasteilchen und regen diese zum Leuchten. Als Gas eignet sich z.B. Neon. Da man im Versuch selbst genau steuern kann, in welche Richtung die Elektronen fliegen, ergibt sich eine wunderbare Leuchtspur, eben ein Fadenstrahl. Dieser lässt sich mit Hilfe eines extern erzeugten Magnetfeldes (z.B. mit einem Helmholtz-Spulenpaar) auf eine Kreisbahn bringen. Veränderungen des Magnetfeldes haben sofort einen Effekt auf die Grösse dieser Bahn. Auch mit Permanentmagneten kann man die Gestalt der Bahn unterschiedlich beeinflussen.

[2] $q_e = -e = -1.602 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}$, $m_e = 9.109 \cdot 10^{-31}\,\mathrm{kg}$!

[3] Nebenbei: Die in der radioaktiven Strahlung auftretenden β-Teilchen sind sehr schnelle Elektronen. Die Namensgebung der Komponenten in der radioaktiven Strahlung geht übrigens auf einen gewissen **Ernest Rutherford** zurück. Mit seinen "geliebten" α-Teilchen sollte er ein paar Jahre später den Atomkern entdecken.

Abbildung 10.2: Ein beeindruckendes Polarlicht über Norwegen.

Eine andere Anwendung ist die **Massenspektroskopie**. Massen einzelner Moleküle lassen sich bestimmen, indem man diese ionisiert (d.h. mit einer einzelnen Elementarladung lädt), beschleunigt und dann in einem Magnetfeld auf eine Kreisbahn schickt. Aus dem Bahnradius kann die Masse berechnet werden. Wir verdanken dieser Methode ungeheure Erkenntnisse in der Atom- und Kernphysik.[4]

Abbildung 10.3: Ein Fadenstrahlrohr: Die Elektronen werden beschleunigt und beschreiben anschliessend im Magnetfeld des Helmholtz-Spulenpaares eine Kreisbahn. Unterwegs bringen sie die Gasteilchen beim Zusammenstoss zum Leuchten.

[4]Z.B. lassen sich so die Isotope eines Elements auf elegante Art und Weise voneinander trennen, was unter anderem die Altersbestimmung über die C–14-Methode ermöglicht.

Anhang C

Magnetismus auf atomarer Ebene

Wie andere makroskopisch beobachtbare Eigenschaften von Stoffen, so muss die Physik auch den Magnetismus auf die Eigenschaften von **Elementarteilchen** und den Aufbau der Materie aus diesen zurückführen. In diesem Anhang werden ein paar grundlegende Aussagen dazu vorgestellt. Allerdings kann diese Zusammenstellung weder den Anspruch auf Vollständigkeit erheben, noch kann sie die theoretischen Modelle tiefer gehend beschreiben, denn dazu bedarf es einer Quantenphysik, die Sie wohl nur in einem Studium der Physik in hinreichendem Umfang erfahren können.

C.1 Die zwei Ursachen von Magnetismus auf Ebene der Teilchen

Spin und Magnetismus einzelner Teilchen: Atomkerne und Elektronen besitzen selber so etwas wie eine untilgbare Eigenrotation, die man als **Spin** bezeichnet.[1] Mit diesem Spin verbindet man die Tatsache, dass jedes Teilchen als ein winziges Stabmagnetchen anzusehen ist. Jedes Teilchen besitzt ein sogenanntes **magnetisches Spinmoment**.

Eine Komponente des makroskopisch erfahrbaren Magnetismus wird also dadurch begründet, dass die elementaren Bausteine der Materie selber bereits kleine magnetische Dipole sind.

Bahnmomente von Elektronen im Atom: Zum magnetischen Spinmoment der einzelnen Teilchen kommt in einem Atom das **magnetische Bahnmoment** der Elektronen in der Atomhülle hinzu. Im Bild des Bohr'schen Atommodells kreisen die Elektronen auf bestimmten Bahnen um den Atomkern.[2] Jedes derart kreisende Elektron entspricht einem Kreisstrom und ist demzufolge vergleichbar mit einer winzigen, stromführenden Leiterschlaufe, die ein Magnetfeld erzeugt (vgl. Abschnitt 8.4). Dabei handelt es sich bekanntlich ebenfalls um ein Dipolfeld.

Die zweite Komponente des makroskopisch erfahrbaren Magnetismus entsteht somit durch die "Bewegungen" der Elektronen in der Elektronenhülle eines Atoms.

Es sei angemerkt, dass sämtliche Spin- und Bahnmomente dieser elementaren Teilchen **magnetischen Dipolen** entsprechen, also als kleine Stabmagnete resp. stromführende Leiterschlaufen angesehen werden können. Bereits auf dieser Ebene existieren also keine magnetischen Monopole und man kann zeigen, dass so auch keine makroskopischen magnetischen Monopole entstehen können. Wir haben hier also den tieferen Grund für die **Nichtexistenz magnetischer Monopole** erfahren.

[1] Die Vorstellung des Spins als Eigenrotation eines Teilchens ist nicht recht schlüssig, denn von einem echten Elementarteilchen wie dem Elektron lässt sich weder eine Ausdehnung noch eine innere Struktur angeben. Wie sollte sich da erkennen lassen, ob es sich dreht? In diesem Sinne ist es klüger, den Spin einfach als weitere Teilcheneigenschaft anzusehen, vergleichbar mit der Masse oder der elektrischen Ladung. Allerdings muss dem Spin eine Richtung zugeschrieben werden, er ist also eine vektorielle und keine skalare Grösse.

[2] Eigentlich darf das Verhalten der Elektronen in einem Atom seit Entdeckung der Quantenphysik nicht mehr mit dem Bohr'schen Atommodell beschrieben werden. Die Vorstellung im Atom kreisender Elektronen ist nachweislich falsch. Dennoch ist es manchmal erlaubt auf dieses ältere Atommodell zurückzugreifen, wenn die Resultate denen der Quantenphysik entsprechen. Allerdings gibt es in jedem Atom Elektronen, die gar keinen Beitrag zum magnetischen Bahnmoment leisten. Dies gilt insbesondere für das Wasserstoff- und das Helium-Atom im Grundzustand. D.h., solche Atome besitzen von Grund auf kein Bahnmoment.

C.2 Verschiedene Arten von Magnetismus

Ausgehend von den beiden eben erläuterten Ursachen des Magnetismus auf Ebene der Teilchen und Atome lassen sich nun mehrere Arten von Magnetismus voneinander unterscheiden und verstehen. Dabei sei angemerkt, dass wir es im Alltag fast ausschliesslich mit dem **Ferromagnetismus** zu tun haben. Kapitel 6 betrachtet ausschliesslich diese Art des Magnetismus.

Die folgenden Abschnitte sind dem Buch **Giancoli, Douglas C.:** *Physik – Gymnasiale Oberstufe* **(2011), Pearson Deutschland GmbH (Hallbergmoos)** entnommen. Die Bilder entstammen dem Buch **Tipler, Paul A.:** *Physik* **(1994), Spektrum Akademischer Verlag (Heidelberg)**.

Ferromagnetismus: *Eine mikroskopische Untersuchung zeigt, dass ein (Ferro-)Magnet (. . .) aus winzigen Bereichen von höchstens $1\,\mathrm{mm}$ Länge und Breite besteht, die als* **Domänen**[3] *bezeichnet werden. Jede Domäne verhält sich wie ein winziger Magnet, der einen Nord- und einen Südpol besitzt. In einem unmagnetisierten Stück Eisen sind diese Domänen willkürlich ausgerichtet (vgl. Abb. C.1). Die magnetischen Einflüsse der Domänen heben sich gegenseitig auf, sodass dieses Stück Eisen nicht wie ein Magnet wirkt. In einem Magneten sind die Domänen in einer Vorzugsrichtung ausgerichtet. Ein Magnet kann hergestellt werden, indem ein nicht-magnetisiertes Stück Eisen in ein starkes Magnetfeld gebracht wird. (. . .) Sorgfältige Beobachtungen zeigen in diesem Fall, dass sich die Magnetisierung von Domänen tatsächlich leicht drehen kann, sodass sie sich nahezu parallel zum äusseren Feld ausrichten. Allgemeiner kann man sagen, dass sich die Grenzen der Domänen, die* **Domänenwände***, so bewegen, dass die Domänen, deren magnetische Orientierung parallel zum äusseren Feld verläuft, auf Kosten der anderen an Grösse zunehmen (. . .) Dies erklärt, weshalb ein Magnet unmagnetisierte Eisenteile wie Büroklammern oder Haarnadeln aufheben kann. Das Magnetfeld bewirkt in dem unmagnetisierten Objekt eine leichte Ausrichtung der Domänen, sodass es zu einem temporären Magneten wird, dessen Nordpol dem Südpol des Permanentmagneten zugewandt ist und umgekehrt; daher kommt es zur Anziehung. In derselben Weise richten sich in einem Magnetfeld längliche Eisenspäne ähnlich einer Kompassnadel und visualisieren den Verlauf des Magnetfeldes. Ein Eisenmagnet kann über einen langen Zeitraum magnetisiert bleiben und wird daher als "Permanentmagnet" bezeichnet. Wenn Sie jedoch den Magneten auf den Boden fallen lassen oder mit dem Hammer gegen ihn schlagen, bringen Sie die Domänen wieder in ihre willkürliche Ausrichtung. Der Magnet kann folglich einen Teil oder seine gesamte Magnetisierung verlieren. Auch zu starke Erhitzung kann einen Verlust der Magnetisierung verursachen, da durch den Temperaturanstieg die thermische Bewegung der Atome zunimmt, was zu einer willkürlichen Ausrichtung der Domänen führt. Oberhalb einer bestimmten Temperatur, die als* **Curie-Temperatur** *bezeichnet wird (für Eisen $770\,^{\circ}\mathrm{C}$) ist überhaupt keine Magnetisierung mehr möglich.*[4]

Die auffallende Ähnlichkeit zwischen den Feldern, die von einem Stabmagneten und einer elektrischen Leiterschleife erzeugt werden, let die Vermutung nahe, dass das von einem Strom erzeugte Magnetfeld etwas mit dem Ferromagnetismus zu tun hat. Diese Theorie wurde zuerst im 19. Jahrhundert von Ampère aufgestellt. Der modernen Atomtheorie zufolge enthalten die Atome eines beliebigen Materials Elektronen, die einen zentralen Kern umkreisen. Da die Elektronen geladen sind, bilden sie einen elektrischen Strom und erzeugen folglich ein Magnetfeld. Wenn allerdings kein äusseres Feld vorhanden ist, sind die Umlaufbahnen der Elektronen in den verschiedenen Atomen zufällig angeordnet, sodass sich ihre magnetischen Effekte insgesamt aufheben. Die Elektronen selbst erzeugen jedoch ein zusätzliches, intrinsisches Magnetfeld – sie haben ein intrinsisches magnetisches Moment, das als ihr "Spin" bezeichnet wird.[5] *Für die Erzeugung*

[3] Diese magnetischen Domänen werden andernorts auch als **Weiss'sche Bezirke** oder **Weiss'sche Bereiche** bezeichnet.

[4] Eisen, Nickel, Kobalt, Gadolinium und bestimmte Legierungen sind bei Zimmertemperatur ferromagnetisch; verschiedene andere Elemente und Legierungen haben eine geringere Curie-Temperatur und sind daher nur bei niedrigen Temperaturen ferromagnetisch.

[5] Der Begriff "Spin" entstammt der mittlerweile verworfenen Annahme, dass sich dieses intrinsische magnetische Moment aus der Drehung des Elektrons um seine eigene Achse (zusätzlich zum "Umkreisen" des Kerns) ergibt, wodurch ein zusätzliches Feld erzeugt wird. Diese Betrachtungsweise eines sich drehenden Elektrons ist zu stark vereinfachend und unzulässig.

des Ferromagnetismus ist nun das Magnetfeld des Elektronenspins verantwortlich. In den meisten Materialien heben sich die durch den Elektronenspin erzeugten Magnetfelder auf, da diese willkürlich orientiert sind. In Eisen und anderen ferromagnetischen Materialien läuft allerdings ein komplizierter Wechselwirkungsmechanismus ab, der als "Austauschkopplung" bekannt ist. Durch diesen Mechanismus richten sich die zum Ferromagnetismus beitragenden Spins der Elektronen in dieselbe Richtung aus. Folglich summieren sich die winzigen Magnetfelder, die durch die einzelnens Elektronen erzeugt werden, zum Magnetfeld einer Domäne. Wenn alle Domänen gleich ausgerichtet sind, entsteht (...) ein starker Magnet.

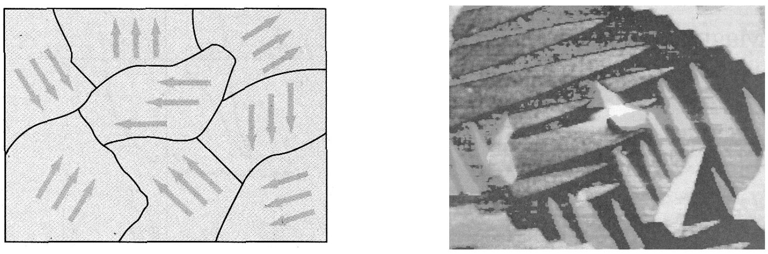

Abbildung C.1: Links eine schematische Darstellung von magnetischen Domänen. Die magnetische Ausrichtung ändert sich von Domäne zu Domäne, sodass das Material makroskopisch nicht magnetisch erscheint.
Rechts zu sehen sind die Domänen auf der Oberfläche eines Fe-3%Si-Kristalls. Das Bild wurde mit einem Raster-Elektronen-Mikroskop bei gleichzeitiger Polarisationsanalyse vorgenommen. Die Graustufen entsprechen möglichen Orientierungen der magnetischen Domänen.

Alle Materialien sind bis zu einem gewissen Grad magnetisch. Nichtferromagnetische Materialien lassen sich in zwei Hauptklassen einteilen: in **paramagnetische** *(...) und in* **diamagnetische** *(...)*

Der Unterschied zwischen paramagnetischen und diamagnetischen Materialien liegt auf der Teilchenebene[6] *darin, dass manche Teilchen ein permanentes magnetisches Dipolmoment zeigen, andere nicht.*

Paramagnetismus: *In paramagnetischen Materialien tragen die Teilchen ein permanentes magnetisches Dipolmoment.*[7] *Ohne die Wirkung eines äusseren Magnetfeldes sind die Dipolmomente willkürlich angeordnet und es sind keine magnetischen Einflüsse zu beobachten. Wenn jedoch ein äusseres Magnetfeld angelegt wird, beispielsweise indem das Material in eine Spule gebracht wird, dann übt das angelegte Magnetfeld einen Drehimpuls auf die magnetischen Dipole aus, die sich vorzugsweise parallel zum Feld ausrichten und somit das Gesamtmagnetfeld verstärken. Durch die thermischen Fluktuationen der Teilchen wird allerdings diese Ordnung zerstört. (...)*

Diamagnetismus: *Diamagnetische Materialien (...) bestehen aus Teilchen, die keine permanenten magnetischen Dipolmomente besitzen. Wenn ein äusseres Feld angelegt wird, werden magnetische Dipole erzeugt, die entgegengesetzt zum Feld ausgerichtet sind. Folglich ist das Gesamtmagnetfeld etwas geringer als das äussere Feld. Im vereinfachten Bild der den Kern umkreisenden Elektronen besteht der Einfluss des äusseren Feldes darin, die "Umlauf"geschwindigkeit der sich in eine Richtung bewegenden Elektronen zu vergrössern. Diamagnetismus ist in allen Materialien vorhanden. Da er aber schwächer als Paramagnetismus ist, wird er meist von paramagnetischen und ferromagnetischen Effekten überlagert.*

[6] Im zitierten Buch wird an dieser Stelle von der molekularen Ebene und in der Folge von Molekülen oder Ionen gesprochen. Para- und Diamagnetismus können aber durchaus bereits durch die Verhältnisse in einzelnen Atom entstehen, sodass ich hier einen allgemeineren Ausdruck – eben Teilchen – bevorzuge.

[7] Hier ist effektiv ein Bahnmoment gemeint.

Anhang D

Die Definition der magnetischen Flussdichte B

Wie im Abschnitt 9.3 gesagt wurde und wovon man sich in Experimenten nach Wunsch beliebig oft überzeugen kann, ist die Lorentzkraft bei senkrecht zueinander stehenden Strom- und Magnetfeldrichtungen, also bei $\varphi = 90°$, am stärksten ($F_\mathrm{L} \sim \sin\varphi$). Ebenso kann man sich experimentell von den beiden Proportionalitäten $F_\mathrm{L} \sim I$ und $F_\mathrm{L} \sim l$ überzeugen.

Wechselt man bei der Leiterschaukel von Abb. 9.1 den Magneten aus, wobei man darauf achtet, dass die Stromstärke I, die Länge l und der Winkel φ unverändert bleiben, so lassen sich durchaus Unterschiede in der Stärke der Lorentzkraft feststellen. Mit einem stärkeren Magneten ergibt sich eben auch eine stärkere Lorentzkraft.

Demzufolge kann die Leiterschaukel theoretisch als Messinstrument für die Stärke eines Magnetfeldes verwendet werden! Und genau auf diesem Hintergrund wurde die **magnetische Flussdichte B**, also das Mass für die Stärke eines Magnetfeldes definiert:

Definition der magnetischen Flussdichte B

Fliesst in einem senkrecht zu einem homogenen magnetischen Feld stehenden Leiterabschnitt der Länge l ein Strom der Stärke I und messen wir gleichzeitig eine Lorentzkraft der Stärke F_L, welche auf diesen Leiterabschnitt wirkt, so ist der Betrag der **magnetischen Flussdichte** $\vec{B}$ *des Magnetfeldes gegeben durch:*

$$B := \frac{F_\mathrm{L}}{I \cdot l} \tag{D.1}$$

Aus der Grössendefinition folgt wie immer die Zusammensetzung der SI-Einheit:

$$[\,B\,] = \frac{[\,F\,]}{[\,I\,] \cdot [\,l\,]} = \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{A} \cdot \mathrm{m}} = \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{A} \cdot \mathrm{s}^2} =: \mathrm{T} = \mathrm{Tesla}$$

Ein homogenes Magnetfeld besitzt eine Flussdichte von genau 1 Tesla, wenn ein 1 Meter langer Leiter, welcher senkrecht zur Magnetfeldrichtung ausgerichtet ist und einen elektrischen Strom der Stärke 1 Ampere führt, darin eine Lorentzkraft mit Betrag 1 Newton erfährt.

"1 Tesla = 1 Newton pro Meter und pro Ampere"

Anhang E

Der Aufbau einer einfachen Elektronenkanone

Dieser Anhang orientiert sich in Aufbau und Inhalt stark an der entsprechenden Wikipedia-Seite `https://de.wikipedia.org/wiki/Elektronenkanone`. Die Bebilderung, sowie ein Teil des Textes und insbesondere die verwendeten Symbole für die auftretenden physikalischen Grössen habe ich allerdings nach eigenen Vorstellungen gesetzt.

Als **Elektronenkanone**, auch Elektronenstrahlsystem oder Elektronenquelle, wird eine elektrische Anordnung zur Erzeugung von Elektronenstrahlen bezeichnet. Die Elektronenkanone stellt einen gebündelten und gerichteten Strahl von Elektronen zur Verfügung, wie er beispielsweise in Elektronenröhren (Braun'sche Röhren), Fadenstrahlrohren und Elektronenmikroskopen als Strahlsystem verwendet wird. Bei allgemeinen Elektronenquellen liegt im Gegensatz zur Elektronenkanone keine Bündelung des Elektronenstrahls vor.

Beim typischen Aufbau (siehe Abb. E.1) werden Elektronen aus einem elektrischen Leiter, der **Kathode** – welche meist erwärmt ist, um die Austrittsarbeit für die Ladungsträger sicherzustellen – in ein Vakuum emittiert.[1] Durch die Spannung zwischen der gegenüber der Kathode positiv geladenen **Anode** werden die Elektronen zu Letzterer hin beschleunigt. In der Anode befindet sich bei Elektronenkanonen ein Loch, durch das der Elektronenstrahl durchgelassen wird.

Bei den meisten Bauformen werden die Elektronen von einer geeigneten Kathode emittiert und durch eine konstante elektrische Spannung, der **Beschleunigungsspannung $\boldsymbol{U_\mathrm{B}}$**, auf die Anode zu beschleunigt. Die kinetische Energie E_kin eines beschleunigten Elektrons beträgt näherungsweise:

$$E_\mathrm{kin} = U_\mathrm{B} \cdot e \tag{E.1}$$

Dies ist eine direkte Folge der Spannungsdefinition $U = \frac{\Delta E}{|q|}$. Das Elektron mit Ladung $|q| = e$ durchläuft von der Kathode zur Anode die Spannung U_B, weshalb obige Energie freigesetzt und eben zur kinetischen Energie E_kin des Elektrons wird.[2]

Aus (E.1) ergibt sich das Verständnis für eine neue Energieeinheit, das **Elektronenvolt $\mathbf{eV}$**: Ein einfach geladenes Teilchen, das eine Beschleunigungsspannung von beispielsweise $350\,\mathrm{V}$ durchlaufen hat, besitzt ganz einfach eine kinetische Energie von $350\,\mathrm{eV}$. In der Kern- und Teilchenphysik, wo

[1]Emittieren $=$ aussenden.

[2]Für nicht-relativistische Teilchen kann diese Energie mit der klassischen Formel für die kinetische Energie in die entsprechende Geschwindigkeit umgerechnet werden:

$$E_\mathrm{kin} = \frac{mv^2}{2}$$

Setzen wir hier Gleichung (E.1) ein und lösen nach der Geschwindigkeit v auf, so erhalten wir:

$$v = \sqrt{\frac{2E_\mathrm{kin}}{m}} = \sqrt{\frac{2Ue}{m}}$$

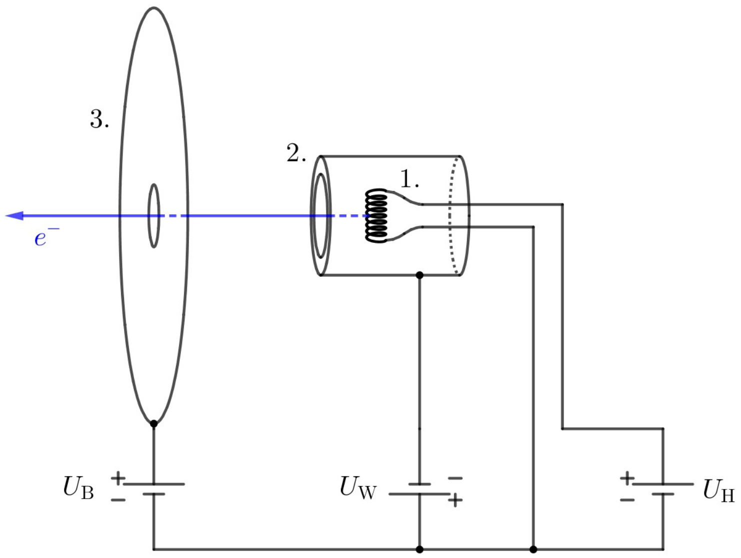

Abbildung E.1: Der schematische Aufbau einer Elektronenkanone.
1. Glühkathode (= Austrittsort der Elektronen)
2. Wehneltzylinder zur Strahlfokussierung
3. Anodenblende (= rundes Anodenplättchen mit Durchlassloch in der Mitte)

es andauernd um Teilchen mit sehr grossen Geschwindigkeiten geht, ist diese Energieeinheit enorm praktisch. Man verwendet für die Beschreibung solcher Teilchen gar keine Geschwindigkeitswerte mehr.[3]

Oft verlässt der Strahl die Kanone durch ein Loch in der Anode, dessen Grösse ohne Verwendung eines Strahlfokussierungsmechanismus auch den Strahldurchmesser festlegt. Zusätzliche, oft ring- oder rohrförmige Elektroden sowie Magnetfelder im Rahmen der Elektronenoptik sorgen für die Fokussierung oder die weitere Beschleunigung des Elektronenstrahls. Sie können sowohl zwischen Kathode und Anode, als auch nach der Anode angebracht sein. Man spricht dementsprechend von elektrostatischer bzw. magnetischer Fokussierung.

Beim **Wehneltzylinder** handelt es sich um eine gegenüber der Kathode negativ geladene Steuerelektrode zum Fokussieren des Elektronenstrahlen und zum Regeln der Helligkeit in Kathoden- resp. Fadenstrahlröhren (**Wehneltspannung** $\boldsymbol{U_W}$). Durch Einsatz des Wehneltzylinders kann die sonst notwendige sehr hohe Anodenspannung reduziert werden.

Meist werden Glühkathoden als Elektronenemitter verwendet. Im Bild oben wird das Heizelement an die **Heizspannung** $\boldsymbol{U_H}$ angeschlossen.

Der Elektronenstrahl verbleibt meist im Vakuum[4] einer Röhre, kann jedoch durch aerodynamische Fenster oder Fenster z.B. aus dünnem Aluminium auch aus dem Vakuum austreten. Er hat in Luft eine seiner Beschleunigungsspannung entsprechende Reichweite von bis zu einigen Zentimetern.

Elektronenkanonen werden mit Strahlleistungen von ein paar nW (kleine Experimentieranlagen), ein paar Watt (Mikrosystemanwendungen, Bildröhren) bis zu einigen hundert Kilowatt (Elektronenstrahlschmelzen, Elektronenstrahlverdampfen) eingesetzt. Beschleunigungsspannungen liegen je nach Anwendung zwischen einigen V bis ca. $300\,\mathrm{kV}$. Der Strahldurchmesser liegt je nach Anwendung zwischen einigen Mikrometern und einigen Zentimetern. Die Leistungsdichten erreichen Werte bis über $100\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{cm}^2}$.

[3] Grund dafür ist eine Konsequenz aus der Speziellen Relativitätstheorie: Die Geschwindigkeiten von Elementarteilchen mit sehr hoher kinetischer Energie liegen allesamt sehr nahe bei der Lichtgeschwindigkeit und sind kaum voneinander zu unterscheiden. In der Nähe der Lichtgeschwindigkeit nimmt die Geschwindigkeit eines Teilchen nämlich fast nicht mehr zu, auch wenn ich ihm sehr viel kinetische Energie zuführe.

[4] Bei unserem Fadenstrahlrohr handelt es sich nicht um ein besonders gutes Vakuum, denn wir möchten den Elektronenstrahl ja gerne sehen, weshalb Spuren eines Leuchtgases im Rohr enthalten sind.