

Übung Exp&Log 7: Mehr Aufgaben mit Exponentialfunktionen

Klasse 155c / AGe

Zum TR-Gebrauch: Bei Aufgaben mit dem Vermerk **[TR]** solltest du versuchen auch eine mathematisch exakte Lösung anzugeben, deren Näherungswert dann numerisch mit einem Taschenrechner bestimmt wird.

- [TR]** Ein Jungwald, in dem kein Holz geschlagen wird, wächst exponentiell. Der Waldbestand beträgt heute $72\,342\text{ m}^3$. Vor 12 Jahren betrug er $48\,128\text{ m}^3$.
 - Welches war der Waldbestand vor 5 Jahren?
 - Welches wird der Waldbestand in 7 Jahren sein?
- [TR]** Gib jeweils die Einwohnerzahlfunktion $N(t)$ der Bevölkerung einer Ortschaft an, wenn wir von einer exponentiellen Veränderung ausgehen.
 - $N(0) = 5000$ mit einer Verdreifachung innert 20 Jahren.
 - $N(10\text{ Jahre}) = 1000$, wobei sich die Anzahl Einwohner in 100 Jahren drittelt.
- [TR]** Um wie viel % verändert sich der Energieverbrauch einer Stadt jährlich, wenn...
 - sich dieser Wert in 20 Jahren verdoppelt?
 - sich diese Angabe in 30 Jahren auf 75 % des jetzigen Wertes reduziert?
- [TR]** Um wie viele Prozente nimmt der Wert eines Autos jährlich ab, wenn sein Wert...
 - nach 2 Jahren auf die Hälfte des Neuwerts abgesunken ist?
 - in 7 Jahren um 85 % kleiner wird?
 - nach 4 Jahren um drei Viertel des Neuwerts abgefallen ist?
- [TR]** Die *Aktivität* eines radioaktiven Präparats nimmt exponentiell ab. Zu Beginn des Experiments betrug sie $A_0 = 1.55 \cdot 10^{12}$ Bq (Bq = Becquerel = SI-Einheit der Aktivität = Anzahl Zerfälle pro Sekunde, $\text{Bq} = \frac{1}{\text{s}}$), nach genau 5 Stunden waren es noch $5.12 \cdot 10^8$ Bq.
 - Wie gross ist die Halbwertszeit des Präparats und wie lautet demnach die Zerfallsfunktion der Aktivität notiert mit dem Verkleinerungsfaktor $\frac{1}{2}$?
 - Wie gross war die Aktivität nach 2 Stunden und nach 8 Stunden – und wie gross war sie 3 Stunden vor dem Start des Experimentes?
 - Nach welcher Zeit ist die Aktivität auf 1 % ihres Anfangswertes zurückgegangen.
 - Wie lautet die Zerfallsfunktion der Aktivität notiert mit dem Verkleinerungsfaktor $\frac{1}{5}$?
 - Oft werden exponentielle Abnahmefunktionen mit *Minuszeichen im Exponenten* notiert, sodass die Basis kein Bruch mehr ist und so auch keine Klammern mehr gebraucht werden, z.B.:

$$A(t) = A_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T_{1/2}}} = A_0 \cdot (2^{-1})^{\frac{t}{T_{1/2}}} = A_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}}$$

Notiere auf diese Weise unsere Zerfallsfunktion der Aktivität unter Verwendung der Basis 10.

- In weiten Teilen von Mathematik und Naturwissenschaften werden Exponentialfunktionen fast nur mit der Basis e notiert. Im Falle des Zerfallsgesetzes für die Aktivität schreibt man beispielsweise:

$$A(t) = A_0 \cdot e^{-\lambda t}$$

Dabei ist λ die sogenannte *Zerfallskonstante*. Wie hängen Halbwertszeit $T_{1/2}$ und Zerfallskonstante λ voneinander ab, wie gross ist λ in unserem Fall hier und welche SI-Einheiten gehören dazu?