

# Übung Exp&Log 3: Logarithmengesetze

Klasse 155c / AGe

1. Aufgaben mit dem *Zehnerlogarithmus*  $\log(x) \equiv \lg(x) := \log_{10}(x)$ :

(a)  $\lg(1000)$       (b)  $\log(10^{27})$       (c)  $\log(100^7)$       (d)  $\lg\left(\frac{1}{100\,000}\right)$       (e)  $\lg\left(\frac{1}{1000^7}\right)$

2. Aufgaben mit dem *Logarithmus naturalis*  $\ln(x) := \log_e(x)$ :

(a)  $\ln(e^2)$       (b)  $\ln\left(\frac{1}{e}\right)$       (c)  $\ln(\sqrt{e})$       (d)  $\ln\left(\frac{e}{\sqrt[4]{e}}\right)$       (e)  $\ln(\ln(e))$

3. Erste Aufgaben zum *ersten Logarithmengesetz*  $\log_a(b \cdot c) = \log_a(b) + \log_a(c)$ . Fasse jeweils zuerst zusammen und berechne dann nur ein einziges Mal den Logarithmus:

(a)  $\log_2(16) + \log_2(64)$       (b)  $\log(100\,000) + \log\left(\frac{1}{1000}\right)$       (c)  $\log_6(12) + \log_6(18)$   
(d)  $\log_{\frac{1}{4}}(2) + \log_{\frac{1}{4}}(32)$       (e)  $\log_3\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right) + \log_3(9\sqrt{3})$       (f)  $\ln\left(\frac{1}{\pi}\right) + \ln(\pi)$

4. Erste Aufgaben zum *zweiten Logarithmengesetz*  $\log_a\left(\frac{b}{c}\right) = \log_a(b) - \log_a(c)$ :

(a)  $\log_2(128) - \log_2(32)$       (b)  $\log_5(250) - \log_5(10)$       (c)  $\log_{\frac{1}{8}}(144) - \log_{\frac{1}{8}}(18)$   
(d)  $\log(1000) - \log\left(\frac{1}{1000}\right)$       (e)  $\log_{\frac{1}{3}}(54) - \log_{\frac{1}{3}}(6)$       (f)  $\ln(5e^3) - \ln\left(\frac{5}{\sqrt{e}}\right)$

5. Zerlege den Term mittels der ersten drei *Logarithmengesetze*:

(a)  $\log\left(\frac{x}{y}\right)$       (b)  $\ln\left(\frac{1}{xy}\right)$       (c)  $\log_2(m^7)$       (d)  $\log_3(\sqrt[3]{a})$   
(e)  $\log(r^2s^3)$       (f)  $\log_7\left(\frac{12ac^3}{7t^b}\right)$       (g)  $\log_5\left(\sqrt{\frac{f}{g}}\right)$       (h)  $\log_3\left(\frac{8\sqrt{2a}}{a^2\sqrt{36}}\right)$

6. Vereinfache mittels aller *Logarithmengesetze*:

(a)  $\log_3(4) \cdot \log_4(5) \cdot \log_5(9)$       (b)  $\frac{\log_3(13) \cdot \log_5(17)}{\log_3(289) \cdot \log_5(169)}$   
(c)  $\frac{\log_3(125) \cdot \log_2(\sqrt[3]{3})}{\log_8(5)}$       (d)  $(\log_{\sqrt{3}}(5))^2 \cdot \log_5(9) \cdot \log_{\sqrt{5}}(3)$

7. Fasse zu einem einzigen Logarithmustrm zusammen:

(a)  $3\log_2(b) + 2\log_2(c) - 4\log_2(d)$       (b)  $\frac{1}{4}\log(x^3) - \frac{1}{2}\log(y) + 3\log(z)$   
(c)  $\ln\left(a^{\frac{1}{4}}\right) + \ln\left(a^{\frac{3}{2}}\right) - \ln(\sqrt{a})$       (d)  $\frac{1}{2}\log_b(a^{2n}) - (n+2)\log_b(a)$   
(e)  $-\log_y(x) - \log_y(y) - \log_y(z)$

8. (a) In welchem Intervall liegen alle reellen Zahlen  $x$  mit  $3 < \log_2 x < 4$ ?  
(b) In welchem Intervall liegen alle reellen Zahlen  $x$  mit  $-4 < \log_3 x < -3$ ?  
(c)  $\mathbb{A} := \{n \in \mathbb{N} \mid 2 \leq \log(n) < 3\}$  ist die Menge aller natürlichen Zahlen  $n$ , für die  $2 \leq \log n < 3$  ist. Umschreibe  $\mathbb{A}$  möglichst einfach in Worten.  
(d) Umschreibe ebenso  $\mathbb{B} := \{n \in \mathbb{N} \mid 5 \leq \log n < 6\}$ .  
(e) Wie viele Stellen besäße die Zahl  $5^{5^5}$ , wenn man sie normal ausschreiben würde? [TR]