

Übung Exp&Log 1: Potenzschreibweise für Wurzeln

Klasse 155c / AGe

1. *Kurzrepetition zu den Potenzgesetzen:* Rechne geschickt und schreibe ohne Potenz:

(a) $2^{-4} \cdot 5^{-4}$ (b) $3^{-9} \cdot 3^7$ (c) $(2^3)^{-3}$ (d) $0.25^5 \cdot 4^5$
(e) $10^4 : 5^4$ (f) $(3^{-2})^{-2}$ (g) $(-4)^{-2} : (-4)^{-3}$ (h) $6^4 \cdot 9^{-2}$

Vereinfache die folgenden Terme weit möglichst. Deine Ergebnisse sollen nur positive Exponenten enthalten:

(i) $\frac{a^3 b^5}{ab^6}$ (j) $a \cdot a^{-1}$ (k) $\frac{r}{r^{-5}}$ (l) $\frac{5a^9 b^{-3}}{10a^{-1} b^5}$
(m) $(2a^3 b^{-2})^{-3}$ (n) $a^{-2} \cdot a^{x+2}$ (o) $2^{x+3} \cdot 2^{2x-1}$ (p) $3^{-2x+1} \cdot 9^{x-1}$

2. Notiere als einzelne Potenz mit möglichst kleiner Basis:

(a) $\sqrt[4]{13}$ (b) $\sqrt[3]{8^2}$ (c) $\sqrt[4]{\frac{1}{2^{12}}}$ (d) $(\sqrt[3]{4})^9$ (e) $(\sqrt{81})^3$

3. Berechne exakt:

(a) $16^{\frac{1}{2}}$ (b) $625^{\frac{1}{4}}$ (c) $1000^{\frac{1}{3}}$ (d) $4^{\frac{3}{2}}$ (e) $36^{-\frac{3}{2}}$
(f) $125^{\frac{2}{3}}$ (g) $\left(\frac{1}{64}\right)^{\frac{5}{3}}$ (h) $81^{-\frac{3}{4}}$ (i) $\left(\frac{25}{36}\right)^{-\frac{3}{2}}$ (j) $\left(\frac{81}{1024}\right)^{-\frac{3}{4}}$

4. *Rechenregeln für Wurzeln:* Im Folgenden siehst du die drei Rechenregeln für Wurzeln, die uns im Umgang mit Quadratwurzeln bereits vertraut sind. Hier sind sie neu für allgemeine Wurzeln $\sqrt[n]{a}$ notiert:

I. $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$ II. $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a}$ III. $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$

(a) Welche Wurzelregel I.-III. gehört zu welcher Potenzregel i.-v.?

(b) Weshalb gibt es hier nur drei Wurzelregeln, wo wir doch fünf Potenzregeln notiert hatten?

Versuche, die fehlenden beiden Wurzelregeln zu notieren. Warum werden die wohl kaum verwendet?

Tipp: Notiere obige Wurzeln als Potenzen, dann müsstest du sehen, welche Potenzregel benutzt wird.

5. Berechne die folgenden Ausdrücke exakt – vereinfache weit möglichst:

(a) $\sqrt[3]{12} \cdot \sqrt[3]{18}$ (b) $\sqrt[6]{9} : \sqrt[6]{81}$ (c) $\frac{2^{\frac{1}{5}}}{64^{\frac{1}{5}}}$ (d) $25^{\frac{3}{8}} \cdot 25^{\frac{5}{8}}$ (e) $\frac{8^{-\frac{2}{3}}}{64^{-\frac{1}{2}}}$ (f) $\sqrt[3]{\sqrt[4]{64}}$

6. Interpretiere die dezimal notierten Exponenten als Brüche und berechne exakt:

(a) $4^{0.5}$ (b) $32^{0.2}$ (c) $81^{0.25}$ (d) $256^{0.125}$ (e) $1024^{0.7}$

7. Hier wurden ein paar Fehler eingebaut. ... Was ist jeweils falsch gelaufen?

(a) $\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[4]{a} = \sqrt[12]{a}$ (b) $\frac{\sqrt[3]{a^5}}{\sqrt[3]{a^2}} = a^3$ (c) $\sqrt[3]{64 + 27} = 4 + 3 = 7$

8. Vereinfache die folgenden Ausdrücke unter Verwendung der Potenz- oder Wurzelregeln:

(a) $\sqrt[5]{x^4} \cdot \sqrt[10]{x^2}$ (b) $\sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[6]{a}$ (c) $\frac{\sqrt[6]{a^5}}{\sqrt[3]{a^2}}$ (d) $(\sqrt[5]{b^2})^{10}$ (e) $\sqrt[6]{\sqrt[4]{x^3}}$ (f) $\sqrt[4]{(a^2)^{-1}}$