

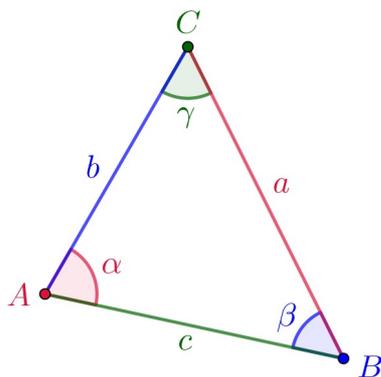
SERIE 3: Anwendungen von Sinus- und Cosinussatz

Trigonometrie II / Schwingungen und Wellen / Klasse 155c / AGe

1. Berechnungen mit dem Sinus- und dem Cosinussatz in beliebigen Dreiecken

Unten links siehst du die Standardbeschriftung eines Dreiecks, auf die sich alle Aufgaben hier beziehen.

- Bestimme bei den Dreiecken 1 bis 5 jeweils die fehlenden Werte auf 2 Nachkommastellen genau.
- Bei welchen Vorgaben und gesuchten Grössen ist jeweils der Cosinussatz geeignet?
- Bearbeite ebenso die Dreiecke 6 bis 9. Achtung! Es gibt Angaben, zu denen mehrere Dreiecke passen. Warum ist das so? Illustriere gegebenenfalls die Situation in einer Skizze.



Dreieck	a	b	c	α	β	γ
1		6.0	8.0			75.0°
2	4.3	8.0				75.0°
3			8.0	58.5°	75.0°	
4	10.4	6.0	8.0			
5	9.3		4.2		32.3°	
6	6.0	4.5			27.0°	
7	6.0	4.5		27.0°		
8	6.0	2.5	6.5			
9		7.5	8.0	50.0°		

2. Flächenberechnungen

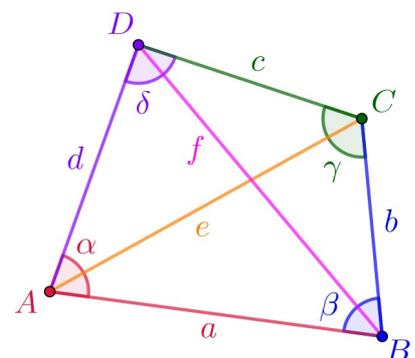
Bestimme bei den folgenden Dreiecksdaten jeweils die Dreiecksfläche (gemeint ist immer noch das Dreieck mit der Standardbeschriftung aus Aufgabe 1):

- $a = 6.5 \text{ cm}, b = 4.3 \text{ cm}, \alpha = 54.2^\circ$
- $a = 7.0 \text{ cm}, b = 5.3 \text{ cm}, c = 9.1 \text{ cm}$

3. Rechnen in beliebigen Vierecken

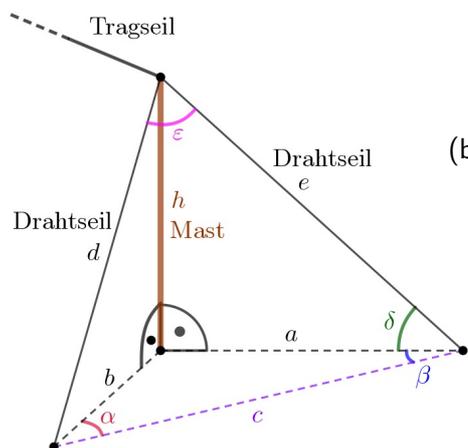
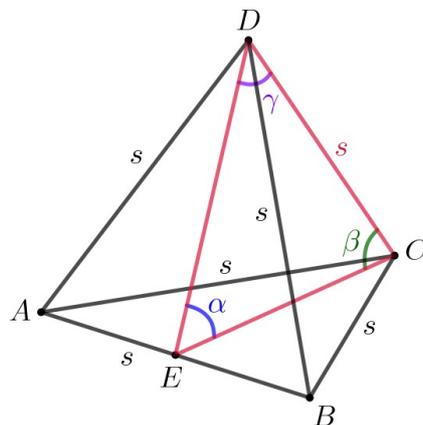
Ein Viereck wird standardmässig wie rechts gezeigt beschriftet.

- Gegeben seien $a = 10.0 \text{ cm}, b = 11.0 \text{ cm}, c = 14.0 \text{ cm}, \beta = 100^\circ$ und $\gamma = 55^\circ$. Bestimme d, α und δ .
- Bei einem anderen Viereck kennt man: $\alpha = 75^\circ, \beta = 50^\circ, d = 4.0 \text{ cm}$ und $e = 5.0 \text{ cm}$. Ausserdem weiss man, dass die Diagonale e und die Seite b senkrecht zueinander stehen. Berechne aus diesen Informationen a, b, c, γ und δ .
- Berechne die fehlenden Eckwinkel und die Diagonalenlängen in einem allgemeinen Viereck mit: $a = 7, b = 4, c = 2.8, d = 5$ und $\alpha = 25^\circ$.



4. Dreidimensionales

- (a) Rechts siehst du ein reguläres Tetraeder, also eine Pyramide mit vier gleichseitigen Dreiecken als Seitenflächen. Bestimme die Winkel α , β und γ im rot eingefärbten Dreieck, bei dem die Ecke E im Mittelpunkt der Kante \overline{AB} sitzt.



- (b) Das Tragseil eines Materialliftes ist an einem Mast der Höhe h befestigt. Um die Stabilität des Mastes zu erhöhen, werden die Drahtseile d und e straff gespannt. Die Höhe h steht senkrecht auf der Ebene mit den Strecken a , b und c .

Man misst: $c = 5.0$ m, $\alpha = 43^\circ$, $\beta = 39^\circ$ und $\delta = 42^\circ$.

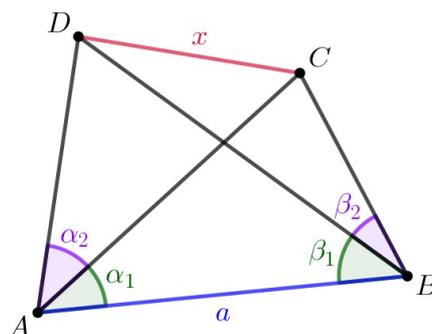
Wie hoch ist der Mast und welchen Winkel ϵ bilden die beiden Halteseile d und e ?

5. Vorwärtskreuzen

Von den Punkten A und B werden die Endpunkte C und D einer nicht direkt messbaren Strecke x anvisiert. Die Strecke a kann hingegen direkt gemessen werden. Sie ist $a = 71.0$ m lang. Die vier Winkel betragen:

$$\alpha_1 = 37^\circ \quad \alpha_2 = 39^\circ \quad \beta_1 = 42^\circ \quad \beta_2 = 26^\circ$$

Wie gross ist die Strecke x ?



6. Weitere Fragen zu Dreiecken

Die Angaben beziehen sich stets auf die Standardbeschriftung (siehe Aufgabe 1).

- (a) In einem Dreieck seien die Seiten $a = 2.5$ und $c = 6.5$ gegeben. Welche Winkel α sind unter diesen Voraussetzungen überhaupt möglich und wie lange ist im "Grenzfall" die Seite b ?
- (b) Ein Dreieck besitze die Seiten $a = 8.5$, $b = 5.5$ und $c = 9.5$. Wie gross ist der spitze Winkel zwischen der Winkelhalbierenden w_α des Winkels α und der Schwerlinie s_a zur Seite a ?
- Hinweis:** Die Schwerlinie ist die Verbindungslinie zwischen der Ecke eines Dreiecks und dem Mittelpunkt der gegenüberliegenden Seite.
- (c) Ein Dreieck besitze die beiden Winkel $\alpha = 33^\circ$ und $\beta = 67^\circ$. Wie gross ist der spitze Winkel zwischen den beiden Schwerlinien s_a und s_b ?

7. Mehr Berechnungen in Vierecken

Die Angaben beziehen sich auf die Standardbeschriftung (vgl. Aufgabe 3).

- (a) Von einem Parallelogramm sind gegeben: $a = 13$, $b = 7$ und $e = 8$. Berechne alle Eckwinkel, den stumpfen Diagonalenschnittwinkel, sowie den Flächeninhalt der gesamten Figur.
- (b) Bestimme die fehlenden Seiten und Eckwinkel bei einem Viereck mit $a = 6$, $b = 4$, $d = 6$, $\alpha = 60^\circ$ und $\delta = 80^\circ$. **Achtung!** Es gibt mehrere Lösungen!