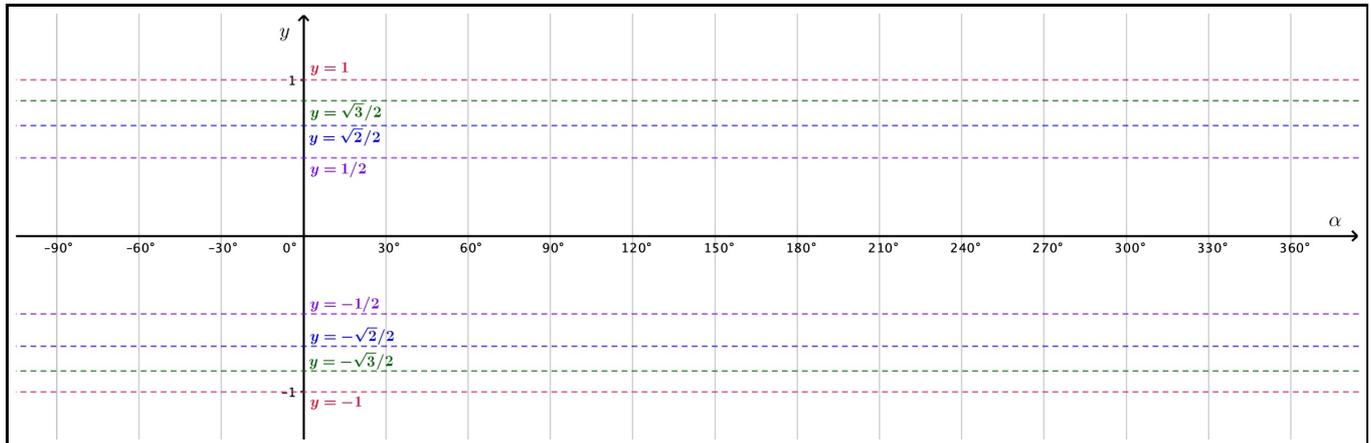


SERIE 2: Winkelfunktionen nach der Definition am Einheitskreis

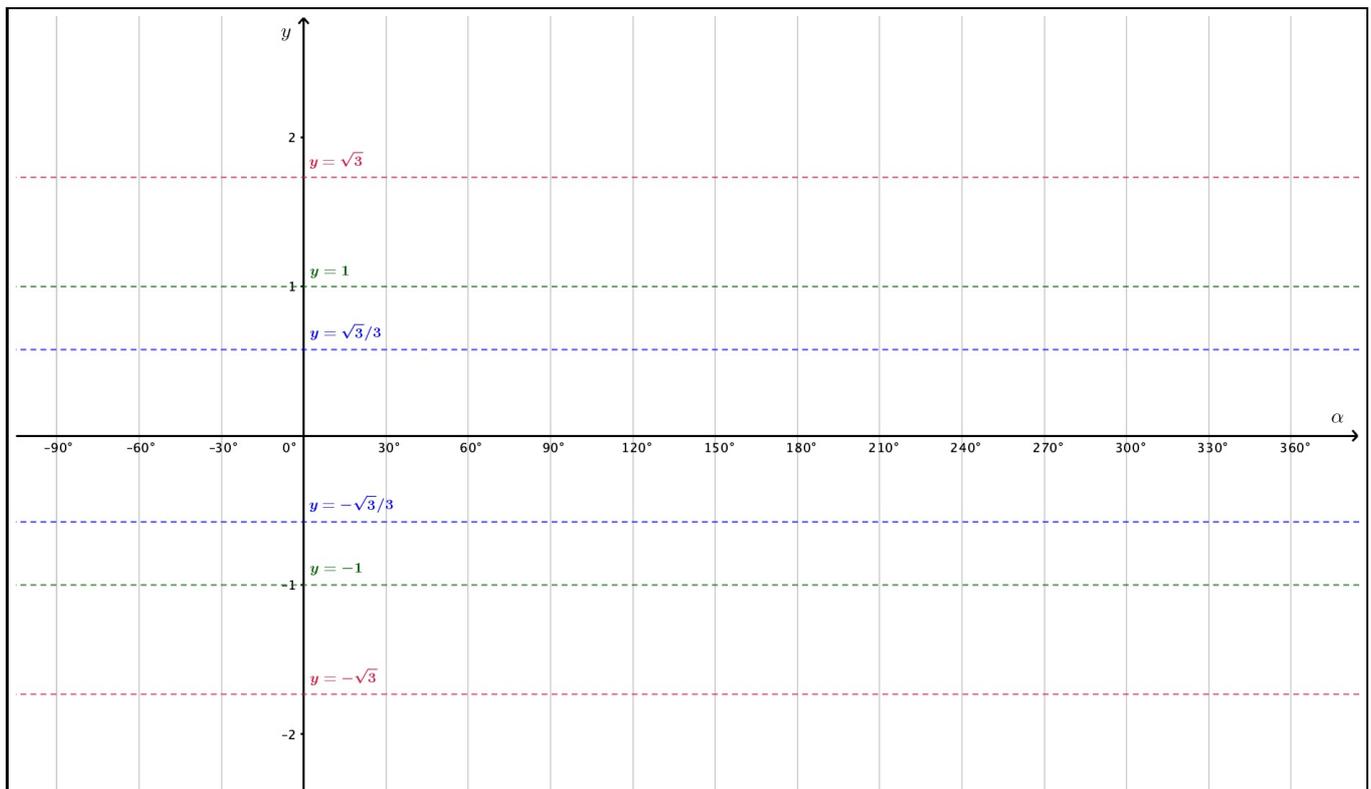
Trigonometrie II / Schwingungen und Wellen / Klasse 155c / AGe

Löse alle Aufgaben ohne Taschenrechner!

1. Skizziere möglichst genau die Funktionsgraphen von $\sin \alpha$ und $\cos \alpha$. Setze dabei zuerst die Punkte mit exakten Werten, wobei die eingezeichneten Hilfslinien sicher gute Dienste leisten.



2. Mache dasselbe für $\tan \alpha$:



3. Gib die exakten Werte an (die Funktionsgraphen der Winkelfunktionen könnten dabei hilfreich sein):

$$\begin{array}{llll} \cos 120^\circ = & \tan 315^\circ = & \sin 330^\circ = & \cos(-45^\circ) = \\ \sin(-225^\circ) = & \cos 300^\circ = & \tan(-135^\circ) = & \sin 240^\circ = \\ \tan 405^\circ = & \sin 18300^\circ = & \cos(-1380^\circ) = & \tan(-240^\circ) = \end{array}$$

4. Zeige allgemein, dass die folgenden Identitäten korrekt sind:

$$(a) \quad \tan^2 \alpha \equiv \frac{1}{\cos^2 \alpha} - 1 \qquad (b) \quad 2 \cos^2 \alpha - 1 \equiv 1 - 2 \sin^2 \alpha$$

N.B.: Zwei Ausdrücke werden als "identisch" bezeichnet und wir schreiben dazwischen das "≡"-Zeichen, wenn sie für alle möglichen Werte der Variable – hier: α – übereinstimmen.

5. Bestimme exakt:

$$\begin{array}{lll} (a) \quad \arctan(\sqrt{3}) & (b) \quad \arccos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) & (c) \quad \arcsin(-1) \\ (d) \quad \arctan\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right) & (e)^* \quad \arcsin\left(\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}\right) & (f)^* \quad \arccos\left(\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}\right) \end{array}$$

* Bei (e) ist ausnahmsweise der Taschenrechner zu verwenden. Wenn du den Winkel bei (e) herausgefunden hast, kannst du dir ohne TR überlegen, welcher Winkel bei (f) resultieren muss!

Tip: Die Graphen der Winkelfunktionen sind sehr hilfreich, ebenso bei den Aufgaben 7 und 8!

6. Vergleiche z.B. die Aufgaben 5.(b) und Aufgabe 7.(b). Worin besteht der Unterschied, ob ich nach $\arccos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ oder nach der Lösung von $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ frage? Erläutere!

7. Löse die folgenden trigonometrischen Gleichungen:

$$\begin{array}{lll} (a) \quad \sin \alpha = 0 & (b) \quad \cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} & (c) \quad \tan \alpha = \sqrt{3} \\ (d) \quad \sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} & (e) \quad \sin \alpha = \cos \alpha & (h) \quad \sin \alpha = \cos(90^\circ + \alpha) \\ (j) \quad \cos \alpha = -\sin \alpha & (k) \quad \cos(90^\circ + \alpha) = \cos \alpha & (l) \quad 2 + \sin \alpha = \cos \alpha \end{array}$$

8. Überlege dir, welche der folgenden Identitäten stimmen und welche nicht:

$$\begin{array}{ll} (a) \quad \cos(-90^\circ + \alpha) \equiv \sin \alpha & (b) \quad \tan(450^\circ + \alpha) \equiv \tan \alpha \\ (c) \quad \sin(270^\circ - \alpha) \equiv \sin(270^\circ + \alpha) & (d) \quad \cos(-270^\circ - \alpha) \equiv \cos(270^\circ - \alpha) \\ (e) \quad \sin(5400^\circ + \alpha) \equiv \sin \alpha & (f) \quad \cos(108^\circ + \alpha) \equiv -\cos(432^\circ - \alpha) \end{array}$$