FUNKTIONEN I: Mengenlehre – LÖSUNGEN

Klasse 155c / AGe

1. $M = \{n \in \mathbb{N} \,|\, 5 < n \leq 10\} = \underline{\underline{\{6,7,8,9,10\}}}$

2. $[-1; 300\,[\ = \underline{\underline{\{x \in \mathbb{R} \,|\, -1 \leq x < 300\}}}$ und $]-\infty; 1000[\ = \underline{\underline{\{x \in \mathbb{R} \,|\, x < 1000\}}}$.

3. Die Menge $\mathbb{Q}$ der rationalen Zahlen ist die Menge aller Zahlen, die sich als Bruch zweier ganzer Zahlen schreiben lassen. Dabei muss darauf geachtet werden, dass nicht durch die (ganze) Zahl 0 geteilt wird. Es ergeben sich zwei mögliche beschreibende Formen:

$$\underline{\underline{\mathbb{Q} = \left\{ \frac{z}{n} \,\middle|\, z, n \in \mathbb{Z}, n \neq 0 \right\} = \left\{ \frac{z}{n} \,\middle|\, z \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N} \right\}}}$$

4. (a) $PZ \cap \mathbb{Z} = \underline{\underline{PZ}}$. Jede Primzahl ist auch eine ganze Zahl.
   (b) $T_{24} \cap T_{36} = \{1,2,3,4,6,8,12,24\} \cap \{1,2,3,4,6,9,12,18,36\} = \{1,2,3,4,6,12\} = \underline{\underline{T_{12}}}$
   (c) $V_3 \cap V_5 = \{3,6,9,12,15,18,21,24,27,30,\ldots\} \cap \{5,10,15,20,25,30,\ldots\} = \{15,30,45,\ldots\} = \underline{\underline{V_{15}}}$
   (d) $V_4 \cap v_2 = \{4,8,12,16,\ldots\} \cap \{2,4,6,8,10,12,14,16,\ldots\} = \{4,8,12,16,\ldots\} = \underline{\underline{V_4}}$
   (e) $V_2 \setminus V_4 = \{2,4,6,8,10,12,14,16,\ldots\} \setminus \{4,8,12,16,\ldots\} = \underline{\underline{\{2,6,10,14,\ldots\}}}$
   (f) $T_{72} \cap V_4 = \{1,2,3,4,6,8,9,12,18,24,36,72\} \cap \{4,8,12,16,\ldots\} = \underline{\underline{\{4,8,12,24,36,72\}}}$
   (g) $\mathbb{N} \cap \{\,\} = \underline{\underline{\{\,\}}}$
   (h) $T_{1000} \setminus T_{200} = \{1,2,4,5,8,10,20,25,40,50,100,125,200,250,500,1000\}$
   $\setminus\{1,2,4,5,8,10,20,25,40,50,100,200\} = \underline{\underline{\{125,250,500,1000\}}}$

5. $A \cap B$ hat mindestens 0 und höchstens 6 Elemente.
   $A \cup B$ hat mindestens 10 und höchstens 16 Elemente.
   $A \setminus B$ hat mindestens 0 und höchstens 6 Elemente.
   $B \setminus A$ hat mindestens 4 und höchstens 10 Elemente.

6. Tatsächlich gilt $(A \cap B) \cup (A \cap C) = A \cap (B \cup C)$. Die grafische Überlegung zeige ich gerne vor...

7. Wir erhalten die folgenden Möglichkeiten für die Menge X:
   (a) $\{0,1\} \cup X = \{0,1\} \quad \Rightarrow \quad \underline{\underline{X = \{\,\}}}$ oder $\underline{\underline{X = \{0\}}}$ oder $\underline{\underline{X = \{1\}}}$ oder $\underline{\underline{X = \{0,1\}}}$
   (b) $X \cup X = \{a,b\} \quad \Rightarrow \quad \underline{\underline{X = \{a,b\}}}$
   (c) $X \cap X = \{0\} \quad \Rightarrow \quad \underline{\underline{X = \{0\}}}$
   (d) $\{\,\} \cup X = \{4,6,8\} \quad \Rightarrow \quad \underline{\underline{X = \{4,6,8\}}}$
   (e) $\{7\} \cup X = \{3,5,7\} \quad \Rightarrow \quad \underline{\underline{X = \{3,5\}}}$ oder $\underline{\underline{X = \{3,5,7\}}}$
   (f) $\{3,5,7,9\} \setminus X = \{5,7\} \quad \Rightarrow \quad \underline{\underline{X = \{3,9\}}}$ oder ...

   Bei (f) gibt es unendlich viele Möglichkeiten. X muss die Elemente 5 und 7 enthalten und darf gleichzeitig weder das Element 3, noch das Element 9 enthalten. Daneben sind beliebige weitere Zahlen in X erlaubt.